鳴門教育大学研究紀要
第22巻　2007

小学校児童による有理数の乗法における乗数効果の分析

小　原　　　豊*

（キーワード：有理数，純小数，乗数効果，区画化）

1．はじめに

乗法の意味を整数の範囲から有理数の範囲へと拡張することが児童にとって困難であることが，国内外の多くの研究において指摘されている（例えば中島1968，樋口1982，中村1996，岸本1998，Greer，1990，De Corte，Verschaffel，1996）。その際に，具体的な障害の１つとして指摘されるのが「かけると大きくなる」という考え方である。子どもが，「かける」ことを「ふえる」という意味で捉える傾向は，数学史においては，積が被乗数より小さくなる場合にも「かける」という語を用いることに15世紀のイタリアの数学者たちが困惑したという史実においても確認できる（Cajori，1917，Greer，1992）。また日常的な事象においては，例えばコピー機の表示に用いられている「拡大・縮小」という不統一な語用（Nesher，1988）を省みても理解することができる。この「かけると大きくなる」という思い込みは，乗数が純小数であるとき，立式や計算を誤らせる一因となる。乗数の大きさが計算の達成度に及ぼす効果は，乗数効果（multiplier effect）と呼ばれており，その存在が指摘されてきている（De Corte，Verschaffel & Van Collie，1988，Luke，1988）[1)]。この効果の原因について，例えばフィッシュバインら（Fishbein，et al 1985）は，人間が乗法に関してもつ直観的で自然な心的行為の特徴が，“累加”として特徴づけられることを指摘している。また，グリア（Greer，1990）は，整数までの規則を有理数の範囲にまで無反省に過般化（over generalization）することが原因だと指摘している。これら多くの先行研究においては「かけると大きくなる」という思い込みの根強さが繰り返し報告されているが，その克服に向けての検討は必ずしも充分に進められていない。

本研究の目的は，小学校児童における乗数効果の存在の有無を確認し，もし乗数効果が存在する場合にはその原因を明らかにすることを通して，克服に向けての示唆を得ることである。この目的に対して，小学校第４，５，６学年児童を対象にした質問紙調査を実施する。本稿では，特に以下２つの視点を取り入れた上で，乗数効果について検討していく。第１の視点は〈乗数と被乗数，積の大小関係についての意識〉である。「かけると大きくなる」という考え方自体は，「乗数が１より大きいとき」という前提条件をつければ，間違っているわけではない。そこで，乗数，被乗数と積の大小関係についての前提条件の意識と乗数効果の関係について検討する。第２の視点は，整数の指導における〈×０，×１の結果との関連〉である。児童は×純小数を学習する前に，×０や×１の学習において「積は，必ずしも被乗数より大きくなるわけではない」ということを経験している。そこで，×０や×１の計算と，×純小数の計算の関係について検討することにする。以下では，まず乗数効果の有無を立式問題及び計算問題の通過率の検討を通して確認する。次にその原因を探るために，乗数と積の関係についての選択問題から，乗数，被乗数と積の大小関係についての意識を分析する。また事例法（Barnett，1998）による説明問題を用いて，児童が乗数，被乗数と積の大小関係を判断する根拠をより詳しく探究する。なお小学校での有理数の表記法には小数，分数があるが，その十進構造などから×小数の方が先に指導される傾向にあること及び先行研究との関連から，本研究では小数表記による課題を用いて検討を進める。

2．調　査

調査時期は平成14年９月であり，調査対象は茨城県公立小学校児童４校，第４学年202名，第５学年226名，第６学年210名である。なお第４学年は小数を，第５学年は小数の加減法を，６学年は小数の乗除法，比，割合を既に学習している。質問紙は，授業時間において実施した。課題数が多いため，全３回に分けて実施し，時間は20分程度を目

*鳴門教育大学教員教育国際協力センター

処にした。また調査問題の相互作用を避けるために，「課題の番号順に取り組むこと」「一度次の問題に移ったら，前の問題には戻らないこと」の２点を教示した。

課題１　問題をよんで，答えをもとめるための式をかいて下さい。計算はしなくていいです。

① さとう１kgの値段は600円です。3.4kgの値段はいくらですか。
② たて1.4m，よこ6.3mの広さのろうかがあります。ろうかの面積は何m²でしょうか。
③ いちごジャム１箱の重さは6.3kgです。14箱の重さは何kgですか。
④ たて４cm，よこ3.6cmのシールがあります。このシールの面積は何cm²でしょうか。
⑤ りぼん１mの重さは0.7ｇです。5.3mの重さは何ｇですか。
⑥ たて12m，よこ５mの広さの庭があります。このお庭の面積は何m²でしょうか。
⑦ 色紙１枚の重さは0.6ｇです。６枚の重さは何ｇですか。
⑧ たて0.9m，よこ5.3mの広さのろうかがあります。このろうかの面積は何m²でしょうか。
⑨ ウーロン茶１ℓの値段は85円です。0.8ℓの値段はいくらですか。
⑩ たて0.6m，よこ６mの花だんがあります。この花だんの面積は何m²でしょうか。
⑪ テープ１mの重さ0.6ｇです。0.8mの重さは何ｇですか。
⑫ たて6.3m，よこ14mの砂場があります。この砂場の面積は何m²でしょうか。
⑬ ロープ１mの重さは5.7kgです。0.8mの重さは何kgですか。
⑭ たて5.7m，よこ0.8mの廊下があります。この廊下の面積は何m²でしょうか。
⑮ 毛糸１mの重さは1.4ｇです。6.3mの重さは何ｇですか。
⑯ たて0.6m，よこ0.8mの物置があります。この物置の面積は何m²でしょうか。
⑰ 石油１ℓの値段は28円です。５ℓの値段はいくらですか。
⑱ たて11m，よこ0.9mの布があります。この布の面積は何m²でしょうか。

課題２　たかし君は次のような計算をしました。

３×0.8＝2.4　計算をしてから，たかし君は考えました。
「かけ算なのに，答えがもとの３よりも小さくなっちゃった。何か変な感じだなあ」
さて君なら，たかし君に何ていってあげますか？くわしく書いて下さい。

課題３　次の①から⑤のうち，正しいと思う番号に◯をつけなさい。

かけられる数×かける数＝こたえ
① かけ算のこたえは，かける数がかけられる数より大きいとき，かけられる数よりも大きくなる。
② かけ算のこたえは，かけられる数がかける数より大きいとき，かけられる数よりも大きくなる。
③ かけ算のこたえは，いつでも，かけられる数よりも大きくなる。
④ かけ算のこたえは，かける数が１より大きいとき，かけられる数よりも大きくなる。
⑤ かけ算のこたえは，かけられる数が１より大きいとき，かけられる数よりも大きくなる。

課題４　次の計算をして下さい。

⑴　５×3.6，⑵　3.2×１，⑶　5.7×0.8，⑷　2.3×０，⑸　0.6×4.3，⑹　6.3×14，
⑺　13×１，⑻　12×０，⑼　12×６，⑽　0.7×0.9，⑾　1.4×6.3，⑿　0.4×０，
⒀　0.5×１，⒁　11×0.9，⒂　0.6×６

課題１の作成は，グリア（Greer，1990，1992）の調査問題を参照した。Ｉを整数，Ｄを小数，ｄを純小数とすると，${}_3\Pi_2$により，９通りの類型（D×I，I×D，d×I，I×d，D×d，d×D，D×D，I×I，d×d）が考えられる。これらの型を，値段や重さなど〈乗数と被乗数が区別される文脈〉と，面積などの〈乗数と被乗数を区別しない文脈〉の２通りで問題化し，計18通りの問題を設定した。以下では，グリアの語用を借りて，前者を“非対称問題”後者を“対称問題”と呼称する。また課題１では立式のみを要求して計算の遂行は求めなかった。第４学年では小数の乗法は学年的に，面積は時期的に未習であったが，第５，第６学年との比較を意図してあえて出題した。課題２は，事例法を用いて×純小数の処理で困惑する他者を質問紙上に設定し，その対処から児童の考え方を顕在化するように設定した。課題３は，乗数，被乗数と積の大小関係についての児童の意識の確認を意図した選択問題である。課題４は，小数の乗法を既習とする第６学年を対象とした計算問題であり，×０，×１の学習との関係の確認を意図した。課題１と同じく${}_3\Pi_2$の９型に，Ｄ，ｄ，Ｉの各々に対して×０，×１を行う６型を加えて，計15問構成とした。

3．結 果

⑴ 調査結果の概要

課題１の結果は以下の通りである。まず各学年における各問の通過者数（括弧内は通過率）を表１に示す[2)]。

表１．課題１の通過者数

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭	⑮	⑯	⑰	⑱
4年	62	46	124	46	82	57	130	48	44	55	67	58	59	52	85	43	132	44
（N＝202）	(31)	(23)	(61)	(23)	(41)	(28)	(64)	(24)	(22)	(27)	(33)	(29)	(29)	(26)	(42)	(21)	(65)	(22)
5年	119	186	191	177	149	194	184	181	86	193	126	190	117	183	155	175	174	167
（N＝226）	(53)	(82)	(85)	(78)	(66)	(86)	(81)	(80)	(38)	(85)	(56)	(84)	(52)	(81)	(69)	(77)	(77)	(74)
6年	151	192	182	190	166	196	182	189	138	191	164	194	149	190	165	186	172	188
（N＝210）	(72)	(91)	(87)	(90)	(79)	(93)	(87)	(90)	(66)	(91)	(78)	(92)	(71)	(90)	(79)	(89)	(82)	(90)

次に，各学年において乗数効果の存在を確かめるために，非対称問題と対称問題の各々で以下のような手順で分析を行った。まず被乗数Ｉ，Ｄ，ｄの各々の場合について，児童を乗数Ｉ，Ｄ，ｄの３問とも通過したＧ型，２問のみで通過した α 型（α_1 は乗数ＩとＤで，α_2 は乗数Ｄとｄで，α_3 は乗数Ｉとｄで通過），１問のみで通過した β 型（β_1 は乗数Ｉで，β_2 は乗数Ｄで，β_3 は乗数ｄで通過），０問通過のＮ型の全８類型に分類し，整理したのが以下の表２～表７である。

表２．非対称問題・被乗数Ｉの類型別通過者数

	G	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2	β_3	N
4年	21▽	28	7	10	73▲	6	6	51▲
5年	57▽	43▲	6	12	62	13	11	22▽
6年	112▲	22▽	8	13	25▽	9	5	16▽

表５．対称問題・被乗数Ｉの類型別通過者数

	G	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2	β_3	N
4年	28▽	6	5	13	11▲	7▲	6	126▲
5年	161▲	12	7	11	6	6	4	19▽
6年	177▲	8	4	7	2▽	3	2	7▽

表３．非対称問題・被乗数Ｄの類型別通過者数

	G	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2	β_3	N
4年	22▽	9	6	11	15	9	5	125▲
5年	139▲	24▲	7	17	14	7	4	14▽
6年	173▲	10	4	9	4▽	3	2	5▽

表６．対称問題・被乗数Ｄの類型別通過者数

	G	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2	β_3	N
4年	53▽	21	2	10	46▲	6	2	62▲
5年	97	39▲	6	19	29	7	4	25▽
6年	148▲	12▽	3	12	10▽	3	1	21▽

表４．非対称問題・被乗数ｄの類型別通過者数

	G	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2	β_3	N
4年	31▽	31	11	7	55▲	12▲	10▲	45▲
5年	97	43▲	10	10	41	5	0▽	20▽
6年	135▲	20	6	7	20▽	4	1	17▽

表７．対称問題・被乗数ｄの類型別通過者数

	G	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2	β_3	N
4年	26▽	8	3	8	13	11▲	6	127▲
5年	159▲	11	3	9	14	8	4	18▽
6年	180▲	6	2	3	2▽	1	1	15▽

各表について学年と類型による３×８の χ^2 検定を行った結果，乗数の種類による通過者数の差は有意であった[3)]（$p<.05$，$df=14$）。残差分析の結果，通過者数が５％水準で有意に多い類には▲を，有意に少ない類には▽を付記した。各表を通して主に以下の３点が伺える。第１に，対称問題，非対称問題を問わず，第５学年において通過者の急増がみられること，第２に，非対称問題においては被乗数に関わらず第５学年で×純小数の問題でつまずく生徒が増加し，またそれは第６学年で減少すること，第３に，同じく非対称問題では被乗数に関わらず，×整数，×帯小数

の問題でつまずく生徒が多いが，それは第６学年で大幅に減少することである。

また各学年の平均通過率を問題別に表したのが以下の図１，図２である。太線が第４学年を，破線が第５学年を，細線が第６学年を表している。

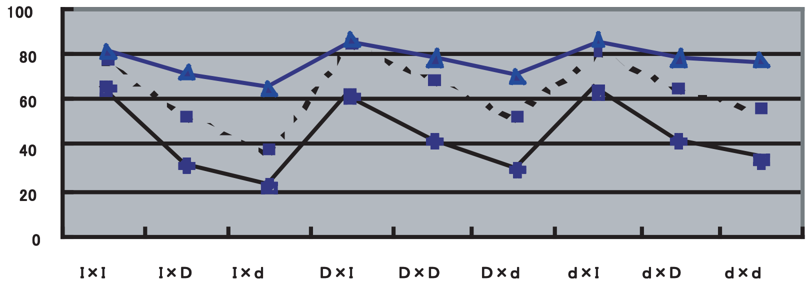

図１．課題１（非対称問題）での通過率

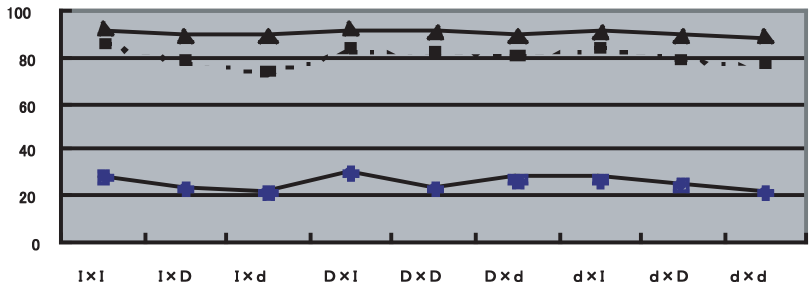

図２．課題１（対称問題）での通過率

学年別にみた場合，特に第４学年における対称問題の通過率が低いことと併せて，各問とも学年の上昇に伴い通過率の向上が指摘できる。また問題別にみた場合，×整数に対して，×帯小数，×純小数では通過率が明らかに下降している。しかし，非対称問題では同様な傾向は確認できない。上述の検定結果と併せて，特に第４，第５学年において明らかな乗数効果を確認することができる。

次に，課題２における各学年の〈×純小数の理由づけ〉について，「乗数が１より小さいときに積は被乗数より小さくなる（0.8は１より小さいから）」という説明をⅠ，「答えはいつも被乗数より大きいとは限らない（反例の提示等）」という説明をⅡ，小数点の付け方など計算手続きを説明する場合をⅢ，被乗数と乗数を交換して（0.8×３にして）説明する場合をⅣ，その他としてとにかく計算せよと意味追究を放棄・断念する場合をⅤとして類別してグラフに表したのが図３である。

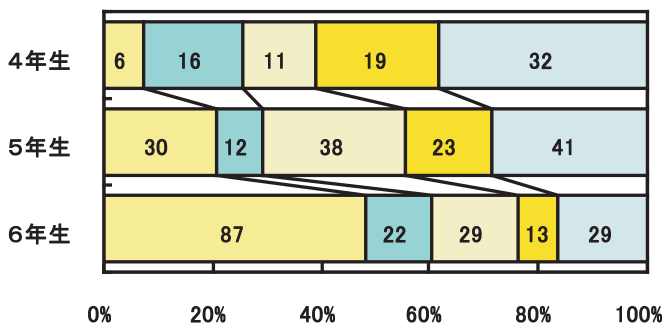

図３．課題２の結果（×純小数の理由づけ）

無答及び類型外回答を除いた有効回答率は，第４学年で42%，第５学年で64%，第６学年で85%であった。学年と説明による３×２の x^2 検定を行ったところ，人数の分布の差は有意であった（p<.05，df＝２）[4)]。残差分析の結果，４年生の説明Ⅱ，Ⅳ，Ⅴと５年生の説明Ⅲ，６年生の説明Ⅰが有意に多く，４，５年生の説明Ⅰと６年生の説明Ⅳ，Ⅴが有意に少ないことが示された。この結果より，学年進行に従って，意味追究の断念・放棄の減少に伴い，説

明Ⅰの増加が顕著であること，また特に第５学年では説明Ⅲを行う児童が増加する傾向があることが指摘できる。

また課題３における各学年の〈前提条件の意識〉を示したのが図４である。グラフにおいて各学年とも左から順に選択①～⑤を示している。

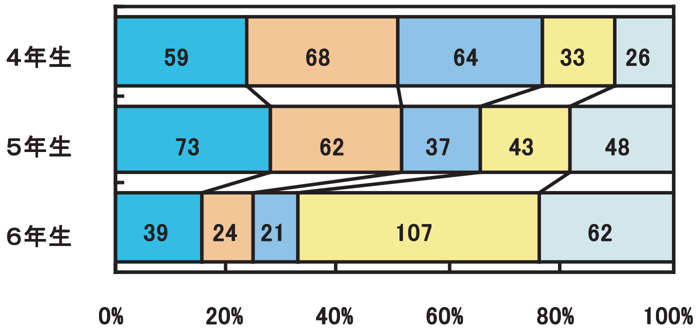

図４．課題３の結果（前提条件の意識）

学年と各選択の有無による３×２の χ^2 検定を行ったところ，人数の分布の差は有意であった[5]（$p<.05$，$df=2$）。残差分析の結果，４年生では選択②，③，５年生では選択①，６年生では選択④，⑤を選んだ生徒が多く，その一方で４年生では選択④，⑤，５年生では選択④，６年生では選択①～③を選んだ生徒が少ないことが示された。ここから，第５学年から第６学年にかけて選択④，⑤が増加する傾向にあり，それは選択①～③を全体的に引き下げていることが指摘できる。

次に，課題４における第６学年の計算問題の正答率を示したのが表８であり，それを課題１と同様に，類型別に正答者数を整理したのが表９である。また，被乗数に対する各乗数別に正答率をグラフに表したのが図５である。乗数が整数な場合を細線，帯小数の場合を破線，純小数の場合を太線で表している。

表8．課題４の正答者数（６年生による計算問題）

	×I	×D	×d	×１	×０
被乗数Ｉ	201(96)	173(82)	162(77)	207(99)	166(79)
被乗数Ｄ	192(91)	170(81)	159(76)	203(97)	159(76)
被乗数ｄ	187(89)	166(79)	149(71)	205(98)	161(77)

N＝210

表９．各乗数に対する類型別正答者数

	G	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2	β_3	N
被乗数Ｉ	145	23	1	14	19	4	2	2
被乗数Ｄ	142	20	4	11	19	4	2	8
被乗数ｄ	134	22	4	10	21	6	1	12

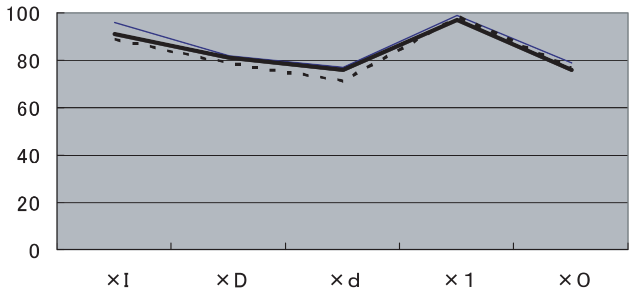

図５．課題４（計算問題）の結果

乗数別にみた場合，×整数から×帯小数，×純小数にかけて正答率がなだらかに下降することが確認できる。また被乗数別にみた場合，整数が被乗数の場合が最も正答率が高く，帯小数と純小数では大差がないことが伺える。同時に×１，×０の正答率に関しては，乗数に影響を受け難いことが指摘できる。表11での類型結果における，“×Iと×Dは正答するが，×dでは正答しない型（α_1型）”と，“×Iは正答するが，×Dと×dでは正答しない型（β_1型）”の児童の存在と併せて，計算問題においても立式問題と概ね同程度の緩やかな乗数効果を認めることができる。

⑵　乗数効果のみられた児童の傾向

上述のように，乗数効果には α_1 型と β_1 型がみられるが，本研究の関心から，以下では前者の反応を示した児童（4年生20名，5年生26名，6年生9名）について着目し，その児童の回答傾向について検討する[6)]。課題1の非対称問題において乗数効果がみられた各学年の児童を抽出し，その課題2と課題3の回答を整理したのが，図6，図7である。図6では各学年とも左から順に説明Ⅱ～Ⅴを（説明Ⅰは不在），図7でも同様に各学年とも左から順に選択①～⑤を示している[7)]。

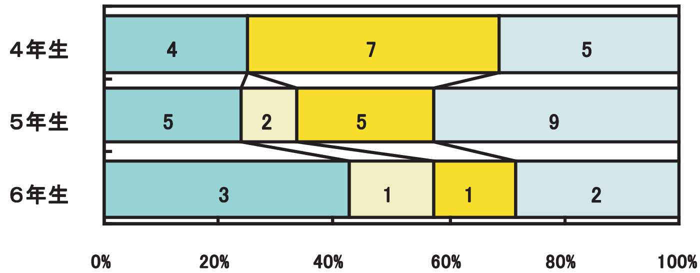

図6．乗数効果をみせた児童の“×純小数の理由づけ”

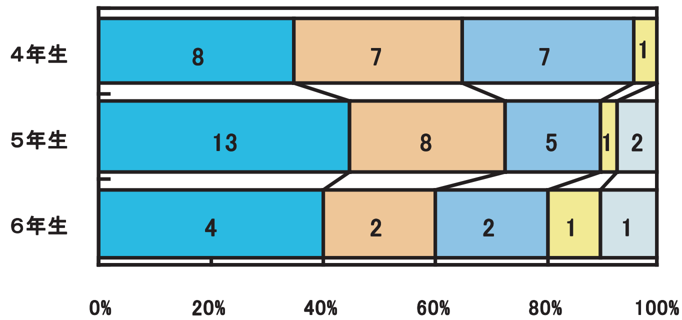

図7．乗数効果をみせた児童の“前提条件の意識”

児童全体に対してと同様に，図6，図7について χ^2 検定したところ，児童の人数の分布の差について有意なまでの差は認められなかった[8)]（$p<.05$，$df=8$）。この結果より，乗数効果がみられた児童の回答傾向は学年に拠らず，〈×純小数の理由づけ〉については，説明Ⅱ，Ⅳ，Ⅴが多数を占めるのに対して説明Ⅰ，Ⅲが少ないこと，また〈前提条件の意識〉については，選択①，②で6割を越え，④，⑤が希少な傾向が示された。

また乗数効果がみられた第6学年児童の×1，×0の乗法の問題別正答者数を表12に示す。正答率の平均は×1で96%，×0で74%であった。

表10．乗数効果をみせた児童の〈×1，×0〉の正答者数

	Ⅰ×1	D×1	d×1	Ⅰ×0	D×0	d×0
6年	9(100)	8(89)	9(100)	8(89)	6(67)	6(67)

4．考察と学習指導への示唆

以上，各問題の結果及びその関連についての考察を通して，有理数の乗法の学習指導に対する幾らかの示唆を述べる。課題1については，デコルテら（1988）の先行研究と概ね同程度の乗数効果が第4，第5学年において確認された。計算遂行を求めない立式問題であるため，積の大小から立式を変更することは考え難い。故に，問題の文脈としての具体的事象との対応や，×帯小数と×純小数で立式することの意味上で心的な抵抗を覚えたものと推察できる。これは対称問題と非対称問題の通過率の差異からも裏づけられる。また第5学年における各問題の通過率の急増は，同学年において小数の加減計算の学習が作用しているものと考えられる。同学年では小数の乗除の計算は時期的な関係上未習であり，α_1 型や β_1 型の乗数効果がみられる児童が多くみられるが，第6学年では同内容を学習した結果，克服に至る傾向にあったと考えられる。

課題２については，第４，第５学年の有効回答率は低く，また計算の意味追究を放棄・断念する児童も比較的多い結果が示された。小数の乗除法を未習の第４，第５学年児童は，×純小数の結果（積）が被乗数より小さくなることを説明し難い状態にあることは理解できる。また「答えはいつも被乗数より大きいとは限らない」「被乗数と乗数を交換する」という説明が第４学年で多かった理由は，比や割合を用いた合理的な説明が難しいことから，事例法において想定された他者“たかしくん”への説得の根拠が，かけても必ずしも大きくならない事例の提示や，累加の考えを活かすための交換法則の利用という方向に向かったと考えられる。同様に，第５学年から第６学年にかけて「乗数が１より小さいときに積は被乗数より小さくなる」という説明の増加が顕著であったこと，小数点の付け方など計算手続きを説明する児童が増加する傾向があることは，小数の乗法及び比の学習経験が作用した結果と解釈できる。

課題３については，第５学年から第６学年にかけて，積と乗数，被乗数の関係に，更に１を含める選択（④，⑤）が増加する傾向にあり，これは課題２と同じく，小数の乗法や比の学習経験が作用した結果と考えられる。また各学年，特に第４学年において“かけると必ず大きくなる”という思い込みをもっている児童が一定数（１～２割）存在している。これは，乗数と被乗数と積の大小関係が十分に把握されていない現状を示唆している。数学の記述を〈If A，then B〉の形式で捉えるとき，児童の理解において then B が突出し，if A が不明確になる問題点が指摘されている（例えば Vinner，1997，清水1998）。乗法の指導においても，この判断の条件節 If の部分に注意を向け，積と被乗数の大小は乗数がいかなる条件をもつときにどのように決まるのかを，比例の素地指導という意味合いも含めて，整数指導の段階からより積極的に考察の対象とする必要があると思われる。

課題４については，第６学年について立式問題と同程度の緩やかな乗数効果が確認された。また，×１の正答率の高さに比して，×０では×１との混同がみられた結果，被乗数をそのまま積にする誤答が目立ち，正答率は低かった。また，積は「被乗数が乗数より大きいとき（選択②）」や「いつでも（選択③）」大きくなると回答する一方で，計算問題でI×１，D×１やI×０，D×０を正答する児童が各学年において多数みられた。これはビンナー（Vinner，1990）や藤井（1992）のいう区画化現象（compartmentarization）の一種として解釈できると思われる。児童の内面において，×１や×０の計算と乗数，被乗数と積の関係がいかに矛盾なく併存しているのかをより質的な方法を用いて今後追究していく必要がある。

乗数効果のみられた児童の傾向については，×純小数によって積が被乗数より小さくなる理由は，説明Ⅰ（乗数が１より小さいから）を行う児童が不在な点と，“積が被乗数より小さくなる事例の提示”“乗数と被乗数の交換”“意味追究の放棄・断念”が多数を占め，学年間で顕著な相違はない点において，児童全体の傾向とは異なっていた。また乗数，被乗数，積の関係については，乗数と被乗数の大小が，積と被乗数の大小を決めると判断する児童が各学年とも６割を越える傾向が示された。ここから，乗数効果は単に“かけると大きくなる”という思い込みだけではなく，乗数と被乗数の大小関係への児童の注目が深く関わっていると考えられる。この問題は，A×B＝C において，×B を作用素（operator）として捉えて，A に対して B を作用させた結果どうなるのかについての意識が希薄である可能性を示唆している。故に，これらの児童への対処として，例えば“A に B をかける”ことと“A と B をかける”ことの区別を強調して指導することなどが考えられる。また，×０や×１の正答率は概して低く無いことから，整数における×０や×１の指導が乗数効果を抑制する機能を果たしていないことが推測できる。

本研究の目的は，小学校高学年児童において，乗数効果の存在の有無を確認し，その克服に向けての示唆を得ることであった。結論として，我が国の小学校児童，特に第４，第５学年において乗数効果が認められたことを前提に，主に以下２つの知見が得られた。第１に，乗数効果のみられる児童は，特に乗数と被乗数の大小関係に注目する傾向にあること，第２に，×０，×１の学習指導は，「かけると常に大きくなる」いう思い込みを防ぐ役割を必ずしも担っていないことである。以上より，整数や有理数の指導において，乗数，被乗数と積の関係について，比や比例などの指導との関連を図ったより一貫した配慮が必要であると思われる。今後は，乗数効果の的確な克服に向けての具体的な検討が必要だと思われるが，調査問題の文脈がもたらす乗数効果への影響など，本稿では追究し切れなかった変数を取り込んだ分析も必要であると考えている。また本論文における質問紙調査の方法的な限界を補うためにインタビュー調査を適宜実施し，児童の内面をより深く探究していく必要がある。

注　記

１）“乗数効果”とは「被乗数として用いられている数のタイプは適切な演算としての乗法を知覚する上での困難性に対して効果なく，乗数として用いられている数のタイプが重要となる」というもので，１より大きい数では整数よりも幾らか困難なだけであるが，１より小さい数は非常に困難であるという傾向である。文章問題においても計

算問題においても共に乗数効果の存在が指摘されている（Greer，1990，1992）。

2）正答者ではなく通過者としたのは乗数と被乗数を交換する児童や，乗数が帯小数と純小数の場合に，例えば×1.2を×12÷10と計算の工夫によって立式する若干名の児童を集計上除外したからである。

3）表2（非対称問題・被乗数I）x^2＝128.83，表3（非対称問題・被乗数D）x^2＝331.08，
表4（非対称問題・被乗数d）x^2＝131.43，表5（対称問題・被乗数I）x^2＝301.55，
表6（対称問題・被乗数D）x^2＝122.81，表7（対称問題・被乗数d）x^2＝299.63。

4）複数選択した児童が見られたため，3×5型ではなく，3×2の検定を5回行っている。
説明Ⅰ：x^2＝55.31，説明Ⅱ：x^2＝5.66，説明Ⅲ：x^2＝7.94,説明Ⅳ：x^2＝12.82，
説明Ⅴ：x^2＝16.19，各々 df＝2。

5）①選択：x^2＝11.33，②選択：x^2＝29.87，③選択：x^2＝33.01，④選択：x^2＝76.26，
⑤選択：x^2＝17.02，各々 df＝2。

6）ここでは，×Iと×Dで通過して，×dで通過しなかったタイプの児童のうち，乗数I，D，dの2つ以上でその反応がみられた児童を抽出して検証している。

7）図6 x^2＝4.98，df＝6.ns，図7 x^2＝4.21，df＝8.ns.

8）共に無答者はいたが重複選択はなかったため，図6では対象児が不在であった説明Ⅰを抜かした3×4型の，図7では3×5型の検定を行った。なお本稿では，セル内に5以下の度数が存在する場合の x^2 検定についてはイエーツの補正式で算出している。

参考引用文献

Barnett, C., Mathematics Case Methods Project. Journal of Mathematics Teacher Education. vol.1 no.3. 1998.pp. 349-56.

Bell, A., Fishbein, E., Greer, B., Choice of operation in verbal arithmetic problems : The effect of size, problem structure and context. Educational Studies in mathematics, 15, 1984. pp.129-147.

Cajori, F.A history of elementary mathematics. New York : Macmillan. 1917［小倉金之助補訳，初等数学史．共立出版，1970］

De Corte, E., Verschaffel, L. & Van Collie, V., Influence of number size, problem structure and response mode on children’s solutions of multiplication word problems. Journal of Mathematical Behavior, 7. 1988. pp.197-216.

De Corte, E., Verschaffel, L., An empirical test of the impact of primitive intuitive models of operations on solving word problems with a multiplicative structure. Learning and Instruction ; v6n3. 1996. p219-42.

Fishbein, E., Deri, M. Nello, M.S. and Marino, M,S., The role of implicit models in solving verbal probrems in multiplication and division, Journal of Research in Mathematics Education. 16(1), 1985. pp.3-17

藤井斉亮，算数・数学の理解における非整合性とコンパートメンタリゼーション．三輪辰郎先生退官記念論文集編集委員会編．数学教育学の進歩．東洋館．1993，pp.334-349.

Greer, B., Conceptual obstacles to the development of he concepts of multiplication and division. In Mandl, H., De Corte, E., Bennett, S.N. & Friedrich, H.F.（Eds.）Learning and instruction European research in an instructional context. vol.2. Oxford ; Pergamon. 1990, pp.461-476.

Greer, B., Multiplication and division as models of situation. in D.A. Grouws（ed.）, Handbook of research on mathematics teaching and learning. NCTM. 1992, pp.276-295.

樋口幸子，小数の乗法・除法が用いられる場面を把握させる指導の試み．日本数学教育学会誌第64巻第4号．1982，pp.56-60.

岸本忠之，小数の乗法の演算決定に関する児童の状態．筑波数学教育研究第17号．1998，pp.161-168.

Luke, C., The repeated addition model of multiplication and children’s performance on mathematical word problems. Journal of Mathematical Behavior, 7. 1988, pp.217-226.

Nesher, P., Multiplicative school word problem ; Theoretical approachs and emplical finding. In Hiebert, J. & Behr（eds.）, Number concepts and operations in the middle grades. NCTM. 1988, pp.19-40.

清水静海，子どもの問題解決を支援する算数授業．明治図書．1998，pp.82-84.

Vinner, S., Inconsistencies : Their Causes and Function in Learning Mathematics. Focus on Learning Problems

in Mathematics. vol.12. 1990, pp.85-98.
Vinner, S., From intuition to inhibition–mathematics education and other endangered species. Proceeding of Psychology of Mathematics Education. 1997, pp.63-78.

謝辞
本研究における調査にご協力頂いた下館市，つくば市，及び牛久市の各小学校の先生方と児童の皆様に厚くお礼申し上げます。

An Analysis of the Multiplier Effect in the Multiplication of Rational Numbers

Yutaka OHARA*

The purpose of this study is to identify the multiplier effect in elementary school students from 4th to 6th grades who had already learned multiplication, and to investigate how to overcome it. For this purpose, we set the two viewpoints of i) the consciousness about the size relation of multiplier, multiplier, and product, and ii) the relation with results of ×0 and ×1, and a questionnaire investigation for students is carried out in order to inquire the feature and tendency of their understanding. According to the questionnaire for 638 students in four elementary schools, it checked that multiplier effect was especially seen in the 4th and 5th grade students. Moreover, in order to explore the cause, the consciousness of students who show the multiplier effect was followed up by using the selection problem and case method.

These results showed that (1) the students who show multiplier effect especially tends to take notice of the size relation between multiplier and multiplier. (2) leanings of ×0 and ×1 could not prevent the belief “becoming large whenever it multiply”, and these suggested that the consistent consideration of supports in teaching of integer, rational numbers, proportion and ratio was required.

*International Cooperation Center for the Teacher Education and Training, Naruto University of Education