

## 理科と数学科を総合する学習指導の事例分析と考察

金児 正史<sup>\*</sup>，安原 誠<sup>\*\*</sup>，矢田 耕資<sup>\*\*\*</sup>，  
吉田 晃弘<sup>\*\*\*\*</sup>，笠江 由美<sup>\*\*\*\*\*</sup>，西條 武志<sup>\*\*\*\*\*</sup>

(キーワード：理科と数学科を総合する学習，剛体にはたらく力，等速円運動，度数法，弧度法)

### 1. 問題の所在

筆頭筆者は、理科と数学科の教科書には、同じ概念を説明しているにもかかわらず、用語が異なる箇所があることに着目した。用語が統一されていないことが大きな要因となって、学習者の理解を妨げている可能性がある。例えば数学Ⅰでは、すべての教科書が「三角比の表」と表記しているのに、数学Ⅱや物理基礎、物理の教科書では「三角関数の表」の表記もある。三角比とは、直角三角形の2辺の比の値である。また、第1象限に限定すれば、その比の値は動径とx軸がなす角の関数である、ととらえるのが三角関数である。この違いを十分に理解できていない生徒は、用語の不統一が要因で、混乱する可能性がある。同様の記述が、理科と数学科の教科書に散見される。

この課題を解決するために、筆頭筆者は、平成24年度から理科と数学科の学習内容が関連している単元の指導に着目するようになった。現在では、この継続研究を、次期学習指導要領の実施時に導入される教科「理数探究」等の学習指導に向けた、教材開発の基礎研究と位置づけて、さらに精緻化しようとしている。

これまでに筆頭筆者は、さおばかりを用いた理科と数学科を総合した学習（小学校6年，中学校3年），剛体にはたらく力のつり合いに着目した，理科・物理科と算数・数学科を総合した学習（小学校6年，中学校2年，高等学校1，2年），等速円運動と三角関数を総合した学習（高等学校2，3年）の授業を実践してきた。そのうち本稿では、剛体にはたらく力のつり合いと、等速円運動の授業に焦点をあてる。そして、以下の2点を、本稿の研究目的に位置づけて、理科と数学科を総合する学習指導が喫緊の課題であることを示す。

1) 理科と数学科を総合した授業の概要と、授業実践に

おける児童生徒の反応を示す。

2) 児童生徒の反応分析やその考察を通して、理科と数学科を総合する学習の重要性や必要性を明らかにする。

### 2. 研究の方法

本稿は、次の1)～4)の手順で研究を進めた。

#### 1) 教科書の研究調査

理科と数学科の教科書から、両教科科目が関連して取り扱う単元を明らかにする。また、これらの単元に関わって、数学科の単元は、三角比、ベクトル、三角関数に着目する。なお、複数の高等学校の教育課程を調査した結果、物理の学習が数学よりも先行する傾向が非常に強いことを確認したので、このことを学習指導案作成時に配慮する。

#### 2) 教科書分析を踏まえた学習指導案の作成

教科書の研究調査を経て、剛体にはたらく3力のつり合いは、小学校6年と中学校2年、及び高等学校1，2年を対象とした、理科や物理基礎、物理の学習指導案を作成する。一方、等速円運動は、高等学校3年を対象とした物理の学習指導案、高等学校2年を対象とした数学Ⅱの弧度法に関する学習指導案を作成する。

#### 3) 授業の実践

作成した学習指導案に沿って、授業を実施する。本授業における生徒の活動の様子は、ビデオカメラやICレコーダーを利用して記録する。また、授業後にはワークシートや授業後の感想を回収する。

#### 4) 授業の分析と考察

ビデオカメラなどの児童生徒の活動記録や、ワークシート、授業を振り返る自由記述の感想などを用いて、それぞれの授業分析や考察を行う。その上で、理科と数学科を総合する学習の重要性や必要性を明らかにする。

<sup>\*</sup>鳴門教育大学 基礎・臨床系教育部

<sup>\*\*</sup>徳島県立脇町高等学校

<sup>\*\*\*</sup>徳島県立阿波高等学校

<sup>\*\*\*\*</sup>徳島県立城東高等学校

<sup>\*\*\*\*\*</sup>鳴門教育大学大学院 高度学校教育実践専攻

### 3. 本授業の概要

本章では、4つの学習指導案概要と授業実践時の児童生徒の活動を示し、その分析と考察を授業ごとに行う。

#### 3.1 3力のつり合い（小中学校）の指導と実践

3力のつり合いの初発の学習は中学校3年である。本授業の学習者は、この学習をしていない小中学生なので、同じ学習指導案で授業実践した。学習指導案の原案は筆頭筆者が作成し、その学習指導案の検討は授業実施校の小中学校の教員と行った。なお、時間的制約があったため、いずれの学年も1校時で授業を実施した。

##### 授業実践校

東京都公立小中一貫校（現義務教育学校）

##### 実施時期

小学校6年（28人） 2013年12月13日 45分

中学校2年（34人） 2013年12月16日 50分

##### 授業のねらい

3力のつりあいについて、矢線で表す実験データを収集するとともに、3つの矢線の関係に気づく。

表1 3力のつり合いの学習指導案概要

主な学習活動	予想される生徒の反応
① 3人の先生による綱引きの様子を見せ、つり合う様子を児童生徒が実感するのを支援する。	・不思議な綱引きの様子に注目する。
② 3方向に引き合う綱引きがつり合うとき、どのような力が働いているのか、ばねばかりを用いた実験結果を用いて調べることを伝える。	・児童生徒は本時の目標を知る。
③ 3つのばねばかりを用いた実験手順をVTRで提示する。	・作業手順を理解する。
④ VTRの内容を再確認する。この実験では、1方向は固定して、このばねばかりの目盛りが800g重になるように、他の2つのばねばかりで引っ張る実験であることを確認する。2つのばねばかりのひく方向と目盛りを読み取り、100g重を1cmとして、矢線を記入することも確認する。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・作業は難しいので何度も試す。 既に書かれている矢線</li> <li>・作業を始めるがなかなかばねばかりの方向と目盛りを読み取れないので、試行錯誤する。</li> </ul>
⑤ 実験用紙に記入した3つの矢線を見て、気づくことがないか、問いかける。	・児童生徒は周りの級友と相談する。
⑥ 各班からの発表を促す。	・実験用紙に記入した2本の矢線が、平行四辺形の隣り合う2辺になりそうだ、と気づく児童生徒がいる。
⑦ 実験用紙に記入した2本の矢線が、平行四辺形の隣り合う2辺になることを伝える。	・引っ張る2つのばねばかりの向きが違っていると、引っ張る力もかわることに気づき、発言する。
⑧ 今日の学びはこれまでの知識では説明しきれないが、今後の学習につながっていることを伝える。	

##### 3.1.1 授業時の児童生徒の活動

表1の学習指導案に沿って、小学校6年と中学校2年に授業を実施したところ、ほぼ同様の反応が見られた。ばねばかりを使った実験では、小学校6年の方が、デー

タを丁寧に収集し、主体的に考えていた。

本授業では、実験手順の説明は、自作のVTRを用いて行った(図1)。児童生徒は実験手順を的確に理解していた。この実験では、固定した1方向のばねばかりの目盛りが800g重で一定になるように保ちながら、残りの2つのばねばかりを引っ張り、2力のばねばかりの向きと目盛りを読み取る必要がある。班員が実験手順を理解し、協力して何度も試行錯誤しながら、正確に実験しようする様子が、どの班でも見られた(図2)。また、3つの矢線がかき込まれた実験結果から、3力のつり合いの特徴を見いだそうとする、児童生徒の主体的な活動も多く見られた。

学習時間が1校時しかない中で、未習の学習内容だっ



図1 ばねばかりの実験 VTR



図2 ばねばかりの実験

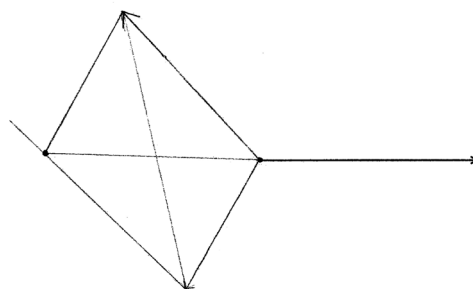


図3 実験用紙への記録とデータの分析

たにもかかわらず、実験記録用紙に平行四辺形をかき、3つの矢線の関係に着眼する班もあった(図3)。この班の発表を聞き、多くの児童生徒が驚きの歓声を上げていた。

### 3.1.2 授業後の感想とその考察

授業後の感想には、小学校6年からは「なぜ違う力で引っ張るのにつり合っているのか。」「なぜつり合うのか知りたい。」「引っ張るのが4本、5本にしても同じようなことが起こるのか興味を持った。」「これから学習する勉強がおもしろそうだ。」「(矢線を)かき込んだりしたら見えることがすごいと思った。(括弧内は筆者加筆)」「実験する前に、実験結果が予測できるのかどうか。」といった質問や興味を持った反応が見られた。また、中学校2年からは「ベクトルの加法に興味を持った。他にもベクトルを使用したものがないか知りたくなった。」「他にどんなものがあるか知りたい。」といった感想が見られた。

1校時だけの実験と考察の授業だったが、3力のつり合いを3つの矢線に置き換えて、その特徴を捉えようとする学習の中で、児童生徒は多くの興味関心や新たな疑問を見つけ出す様子が見られた。筆頭筆者は、学習者が自ら行う実験の重要性を、あらためて実感させられた。

### 3.2 3力のつり合い(高等学校)の指導と実践

3力のつり合いは、中学校3年の他、物理基礎や物理でも学習する。高校生にとっては既習内容であるが、本稿の学習指導案には、矢線や力の合成・分解の理解を深める目的で、ベクトルや三角比の指導を組み込んだ。本授業の学習者は、学習状況が変わらない高等学校1年と2年なので、同じ学習指導案で授業実践した。なお、学習指導案の原案は筆頭筆者が行い、学習指導案の検討は授業実施校の物理科の教員である第2筆者と行った。

#### 授業実践校

徳島県公立高等学校

#### 実施時期

高等学校1年(41人) 2014年5月22, 26日 100分

高等学校2年(39人) 2014年5月22, 26日 100分

#### 授業のねらい

重さ(力)と質量の理解、合力がゼロになることや座標軸に力を分解する考え方について、理解を深めるとともに、三角比を用いて力の成分を表すよさを実感する。

#### 3.2.1 授業時の生徒の活動

表2に沿って実施した授業時の生徒の反応は、高等学校1年と2年には大差なかった。本稿では、多様な反応が見られた高等学校1年の活動の様子を示す。

本授業の導入時に、3力のつりあいについてどのような結果が導かれるか、生徒に予測するように促したところ、殆どの班が、3力のうち、2力の合力が残りの1つの力と逆ベクトルになること、2力を表すベクトルを2辺とする、平行四辺形の対角線の端点と、残りの1つの力

表2 3力のつり合いの学習指導案概要

主な学習活動	予想される生徒の反応
<b>1校時目</b> ① 3つのばねばかりを用いた実験を行うことを生徒に伝え、4人グループの班を編成する。 ② 中学校3年の既習事項として、力のつりあいを復習する。また、1N(ニュートン)は100gの物体にかかる重力とほぼ同じ大きさであること、本時では力の単位としてNを用いることを伝える。 ③ 力は、有向線分を用いて、向きと大きさを表していくことを確認する。数学の知識として、ベクトルは向きと大きさがあること、同じ向きと大きさならば、ベクトルは等しいと考えることも指導する。 ④ 3つのばねばかりを用いた実験手順をVTRで提示する。 ⑤ 実験手順に従って、3力がつりあうときの力の向きと力の大きさを測定し始める。生徒は測定結果を実験用紙に矢線で記入する。 ⑥ 各班で測定した測定結果から導かれる特徴を班でまとめ、発表するように促す。 ⑦ 3力を座標軸の方向に分解する作業を示したVTRを視聴し、作業手順を確認する。 ⑧ 班で作成した記録用紙のコピーを渡し、自宅で次の2つの探究課題に取り組むように指示する。 1) 記録用紙のコピーに任意の直交座標を記入し、3力をそれぞれの座標軸の成分に分解する。 2) 3力をx成分とy成分に分解した後、それぞれの成分ごとに、成り立つ関係を考える。	・実験の目的を理解する。 ・中学校で学習した、力の合成・分解の既習事項を思い出す。 ・実験手順を理解して実験に取りかかる。 ・力の合成・分解の既習事項から、実験結果を予想する。 ・中学校の知識通りの実験結果を得る。 ・宿題の内容を理解する。
<b>2校時目</b> ⑨ 1校時目に提示した探究課題について、班ごとに自分の考えを発表しあうように指示する。 ⑩ 話し合った結果を発表するように指示する。 ⑪ 考察の結果、各成分に分解しても、成分ごとの合力がゼロになること、この事実は、座標軸のとり方に依存しないことを確認する。 ⑫ 原点を始点とする力と直交座標軸がなす角を求める実験手順を示したVTRを視聴して確認する。 ⑬ 正弦と余弦を定義し、角度 $\theta$ が等しければ、どんな直角三角形でも相似になり、 $\cos \theta$ 等の値は常に等しくなることを指導する。また、着目した直角三角形から $\cos \theta$ を計算すれば、 $\theta$ のおよその角度が三角比の表を用いて求められることも指導する。 ⑭ 座標軸が記入されたワークシートを配布し、原点を始点とする任意のベクトルを記入させる。次にx軸となす角を $\theta$ とし、 $\cos \theta$ 等の値を求め、三角比の表から $\theta$ の角度を求める作業を行うように指示する。 ⑮ 三角比の表から $\theta$ の値を求めた後、分度器でも $\theta$ の角度を測り、三角比の表から求めた角度と一致することを確認する。 ⑯ 三角比は物理でも重要で、今後も活用することを伝える。また高等学校1年には、2学期に、数学Iで三角比を学習することを予告する。	・力を分解した様子を発表し合う。 ・座標軸の取り方に依存しないで、合力がゼロになることに驚く生徒がいる。 ・既習の高等学校2年の生徒も三角比や、三角比の表について再確認する。 ・三角比の表で角度を求められることを知る。 ・三角比の表で求めた角度と一致することに驚く生徒がいる。 ・高等学校2年には、数学Iの教科書で復習しておくように伝える。



の終点が点対称になることを指摘した。実験手順は、3.1の授業でも利用したVTRで説明した。小中学校の授業の時と同様に、実験手順がわからない生徒は皆無だった。実験では、作業の難しさに苦労しながら、できるだけ丁寧なデータを取り出そうとする様子が見られた。

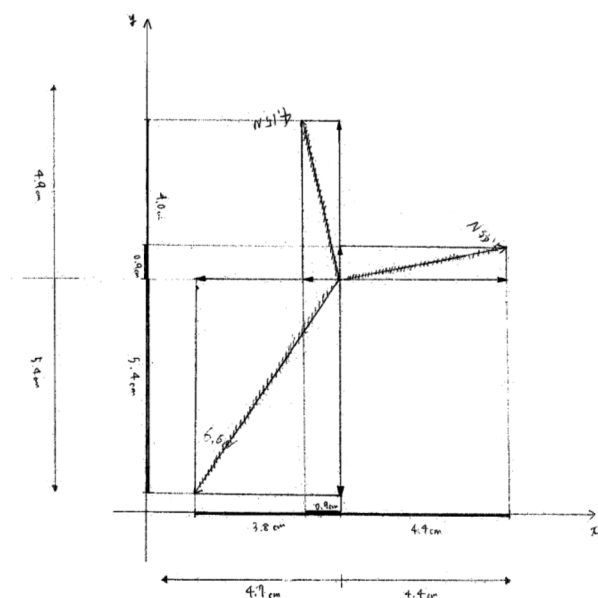


図4 3力のx成分とy成分の考察

実験終了後、各班の実験の記録用紙のコピーを班員全員に配布した。その上で、宿題を理解するために、直交座標を記入する手順を、別のVTRで示した。そして、コピーした実験用紙に、任意に直交座標を記入し、3力をx成分とy成分に分解する作業をしてくるように指示した。生徒は直交座標の記入の仕方に、どんな工夫ができるのか考えている場面も見受けられた。多くの生徒は、図4のような直交座標を記入し、3力をx成分とy成分に分解していた。

2校時目では、最初に、1校時目に提示した宿題の結果を班ごとに紹介し合った。その後、どのような特徴を見いだしたか、学級で共有した。生徒は、3力をx成分とy成分に分解し、その成分の長さを測りながら、x成分やy成分ごとに分解された3つの有向線分の合力が、いずれもゼロになることを説明した。また、自分の作業結果と照らして納得していた(図4)。この議論では、多くの生徒が、座標軸のとり方に依存しないで、それぞれの成分の合力がゼロになる事実驚いていた。また、数名の生徒が、座標軸のとり方を工夫し、3力のうちの1力と、x軸またはy軸を重ねたり平行にとって、合力を考えやすくしたアイディアを発表した。この考えを聞いた生徒は、その工夫に驚き、効率のよさに感動していた。

2校時目では、生徒に新たな課題を与えた。任意の1力の始点を直交座標の原点に重ねてとり、これをx成分とy成分に分解したとき、この1力と軸がなす角の大き

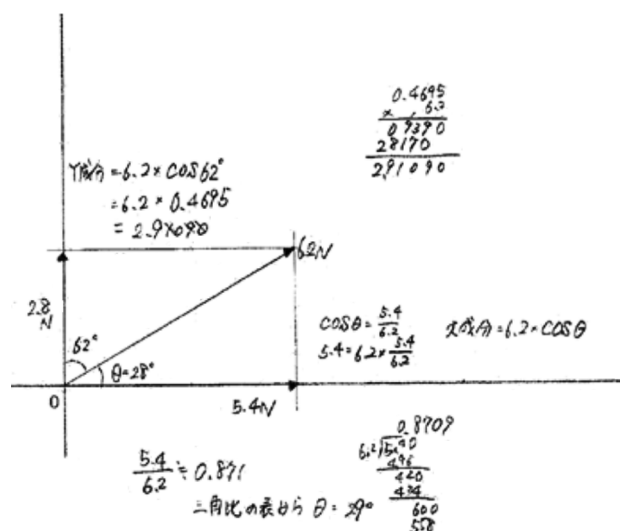


図5 x軸となす角を求める活動

さを、三角比の表を用いて求める課題である。この学習は高等学校1年には初発の学習内容だったので、三角比の定義や三角比の表の利用法を指導してから課題に取り組んだ。生徒は的確に作業し、正弦または余弦の計算を行った(図5)。そして、軸となす角の大きさを三角比の表から求めるとともに、分度器でも、その角の大きさを測定した。三角比の表から得られた角の大きさと、分度器で測定した角の大きさが一致することに、ほとんどの生徒が驚いていた。高等学校2年でも同様の反応だったことから、筆者らは既習の三角比の知識が、具体的な場面で、活用できない知識のままになっているのではないかと推測した。物理や数学で、三角比の指導を行う際に、その指導の見直しが必要だと実感させられた。

### 3.2.2 授業後の感想とその考察

生徒には、授業後に感想を自由に記述してもらった。多くの生徒が、驚くほど多様な意見を記述していた。それらは、強い興味関心の喚起、物理と数学が関連していることへの驚き、実験することのよさや重要性、の3点に集約することができた。高等学校1,2年でほぼ共通しているので、本稿では高等学校1年の感想を示す。

日常生活にひそむ自然現象に対する、強い興味関心が喚起されたことの記述の具体例には、次のようなものがあった。「日常生活では、知らないうちに数式に表されるような現象がたくさん起こっているのだと思った。」「結果だけ出して終わりではなく、考察して自分の言葉で説明することが大切だと思った。」「三角比の表はどのようにして作られたか気になった。」「自然法則を、数式を使って適切に表せることがわかったので、力のつりあい以外、自然現象でも数式での表し方を学習したい。」などである。100分の授業だったが、小中学生と同様、学習者が実験を体験することによって、非常に多くの生徒が、新たな問いを見いだしていることがわかる。

物理と数学の関連に驚いた記述には、次のようなものがあった。「物理の数式についてあまり考えたことはなかったが、こんなこと（角の大きさ）も計算で表せるのだと驚いた（括弧内は筆者加筆）。」「数学との関わりが大変強く、しっかりと理解した上で使う必要があると思いました。」「自然のことを数式で表せることについて理解できた。」「数式は答えを求めるだけでなく、説明に用いることができるのだと思った。」「数字（数のことを指しているが誤っている）を使ってやってみると詳しくわかって数式の意味がわかりました（括弧内は筆者加筆）。」などである。理科と数学科の関連に気づいたこと、教科間の繋がりを感じながら学ぶ必要性を感じたこと、数式の意味を考えながら利用できるようになりたいという思いが窺える。今後の学習に、幅広い視点を持って取り組んでいく可能性が感じられる記述である。

実験するよさや重要性を指摘する記述には、次のようなものがあった。「誤差はあるものの、教科書に書かれていることが正しいと、身をもって実感できました。」「実験をして、自分の目で確かめられてよかったです。」「誤差が出てしまうのは仕方がない。」「教科書より、自ら実験の方が理解できた。」「実際に自分で実験するのが大切だと思った。」「実験することで意味を考えられるようになった。」などである。生徒の感想には、誤差に着目している感想が多い。生徒が、実験時の誤差を見込んで、物理や数学の性質を読み取っていることが窺える。なお、生徒に実験について質問したところ、中学校や高等学校の理科では、ほとんどが演示実験で、生徒の実験経験が非常に少ないことが明らかになった。実験が、思考を深める大きなきっかけになることを踏まえると、意識的に実験を組み込んだ学習指導を模索する必要がある。

### 3.3 物理における度数法と弧度法の指導と実践

物理では、剛体にはたらく力では度数法を用いるが、等速円運動や単振動などでは弧度法を用いる。このことを、物理の演習の中で再確認する授業を計画した。授業の実施時期などは以下の通りである。なお本授業の授業者は、第2筆者である。

#### 授業実践校

徳島県公立高等学校

#### 実施時期

高校3年（物理選択者37人） 2016年5月27日  
50分

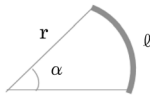
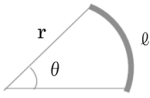
#### 授業のねらい

- ・度数法と弧度法の特徴を明確に意識し、公式の意味の理解を深める。
- ・度数法と弧度法の違いを意識できる問題演習を通して、その理解の定着を図る。

#### 3.3.1 授業時の生徒の活動

表3に沿って実施した物理の授業で、生徒は数学の復

表3 物理における度数法と弧度法の学習指導案概要

主な学習活動	予想される生徒の反応
<p>&lt;三角関数の復習&gt;</p> <p>①本時のねらいを伝える。</p> <p>②次の問題を与えて、弧の長さを求めるように指示する。</p>	
<p>1)下の図は半径 <math>r</math>、中心角 <math>\alpha^\circ</math> のおうぎ形である。このとき、弧の長さを求めよ。</p> 	<p>2)下の図は、半径 <math>r</math>、中心角 <math>\theta</math> ラジアンのおうぎ形である。このとき、弧の長さを求めよ。</p> 
<p>③弧の長さを確認する。度数法と弧度法のどちらを用いても、弧の長さは中心角を用いて表されることを確認する。</p> <p>④1)と2)の解答から、<math>\alpha^\circ</math> が <math>2\pi \times (\frac{\alpha}{360})</math> ラジアンに相当することを確認する。また、数学Ⅱの教科書も確認する。</p> <p>&lt;物理の教科書での確認&gt;</p> <p>⑤物理では、円運動する物体の位置を、中心角を用いて捉えようとしていることを確認する。この場合、度数法でも弧度法でも表せることを伝える。</p> <p>⑥ <math>t</math> 秒後の等速円運動の物体の位置を表す角度を <math>\theta</math> とするとき、その物体の速さを <math>v</math> とする。このとき、</p> <p>度数法では <math>v = \frac{2\pi r \times \frac{\theta^\circ}{360}}{t}</math></p> <p>弧度法では <math>v = \frac{r\theta}{t} = r\omega</math> (ただし角速度は <math>\omega</math>, <math>\theta = \omega t</math>) となることを確認する。</p> <p>⑦等速円運動の物体の速さは、度数法でとらえると係数が複雑になることを確認する。そして、弧度法でとらえると、変数がとらえやすくなることを伝える。</p> <p>&lt;物理の演習問題&gt;</p> <p>⑧度数法と弧度法の特徴を理解した上で、角の表記が混在した問題演習等に取り組むように指示する。</p> <p>⑨演習問題の答え合わせをする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・それぞれの角の表記を利用して、弧の長さを求める。</li> <li>・ラジアンを用いた表現の方が、係数が簡単でよいと感じる。</li> <li>・数学Ⅱで学習したことを確認する。</li> <li>・授業者の解説をしっかりと聞く。</li> <li>・度数法でも弧度法でも、等速円運動の物体の速さが求められることを知る。</li> <li>・独立変数と従属変数を明確にとらえる。</li> <li>・演習問題に取り組む。</li> <li>・演習問題の答え合わせをして、各自の課題を確認する。</li> </ul>

習が丁寧に行われることに戸惑っていた。しかし、その有用性も感じている様子が窺えた。本授業の導入で与えた、度数法と弧度法で弧の長さを表す課題では、生徒から想定外の質問があった。度数法の  $\ell = 2\pi r \times \frac{\alpha}{360}$  と、弧度法の  $\ell = r\theta$  より、弧の長さが等しいのだから、 $\theta = \pi \times \frac{\alpha}{180}$  となって、数学の公式（図6）が誤りではないか、との指摘である。この質問に対して、筆頭らは次のような解説をした。

一般に、次のことが成り立ち、下のような換算表ができる。

$$\alpha^\circ = \frac{\pi}{180} \alpha \text{ ラジアン}, \quad \theta \text{ ラジアン} = \left( \frac{180}{\pi} \theta \right)^\circ$$

図6 度数法と弧度法の換算（数学Ⅱ教科書）

$\theta$  ラジアンは  $2\pi \frac{\alpha^\circ}{360^\circ} = \theta$  (rad) と表せて、 $\alpha^\circ$  は  $\alpha^\circ = \frac{360^\circ}{2\pi} \theta$  (°) と表せる。ここで、 $\alpha^\circ = \theta$  ラジアンとの換算の場合を考えるので、 $\alpha^\circ = \theta$  (rad) =  $2\pi \frac{\alpha^\circ}{360^\circ}$  (rad),

$$\theta$$
 (rad) =  $\alpha^\circ = \frac{360^\circ}{2\pi} \theta$  (°)

となる。この質問によって、筆者らは率直な生徒の疑問をとらえることができた。また生徒が、数学Ⅱの教科書が示しているイコール(=)の意味をとらえ直す機会にもなった。

物理では、度数法が剛体にはたらく力に利用されていること、弧度法は等速円運動や単振動に利用されていることを、授業者が説明すると、生徒は納得していた。その後、彼らは物理の学習内容を着実に理解して、度数法と弧度法が混在するような演習問題にも、抵抗なく取り組んでいた(図7)。

円錐振り子の糸の長さを  $l$  [m]、糸が鉛直方向となす角を  $\theta$ 、小球の質量を  $m$  [kg]、重力加速度の大きさを  $9.8 \text{ m/s}^2$ 、円周率を  $\pi$  とする。

$$l = \frac{3\sqrt{3}}{10} \text{ m}, \theta = 30^\circ, m = 0.80 \text{ kg}$$

について、糸が小球を引く力  $S$  (N) と、小球の等速円運動の周期  $T$  (s) を求めよ。

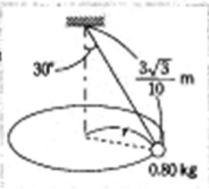


図7 度数法と弧度法が混在する演習問題

### 3.3.2 授業後の感想とその考察

物理で、関連する数学の内容を学習することについて、賛同する生徒の意見が非常に多かった。「二つ(物理と数学)と一緒に学べるので効率がいいと思った(括弧内は筆者加筆)」。「物理と数学はとても関連が強いのもっとやるべきだと思う。」「数学の勉強にもなり、とてもよかった。」「(物理の学習には)数学の知識も必要だと思った。(括弧内は筆者加筆)」等の意見が多く見られた。また、「意味がはっきりするので公式がさらに覚えやすくなった。」「リンクして学習することで、苦手意識があるものを、少し変わった視点から捉えられると分かった。」等が典型的な意見である。3.1や3.2で示した、高等学校2年までの授業後の感想では、理科が数学と関連していることに驚く生徒が多かった。しかし高等学校3年では、そうした感想や意見は殆どなかった。高等学校3年であれば、これまでの学習を俯瞰して、とらえられるようになってくるのではないかと推測できる。なお、数学の視点で等速円運動の指導を考えた場合、等速円運動の物体が始線となす角  $\theta$  が、時間  $t$  の関数であると考えことは、生徒には難しいのではないかと考えていたが、本授業にはそうした反応は見受けられなかった。

### 3.4 数学Ⅱにおける等速円運動の指導と実践

三角関数の学習直後に、物理教科書の等速円運動の記述を読み解くことを目的とした数学Ⅱの授業を計画した。本授業は高等学校2年の物理選択者と生物選択者が混在

する学級で実施した。また、3.3の物理の授業と本授業を同一校で実施したかったが、実現できなかった。さらにまた、本授業は、実施校の都合で、三角関数の学習直後に実施できなかった。そのために、授業時間は計画した50分ではなく、70分になった。

#### 授業実践校

徳島県公立高等学校

#### 実施時期

高校2年(理系選択者40人) 2017年2月14, 28日  
70分

#### 授業のねらい

弧度法で記述された物理の等速円運動の教科書を読み解くことで、弧度法を扱うよさを実感できるようにする。

#### 3.4.1 授業時の生徒の活動

表4 等速円運動の学習内容を三角関数の知識を用いて読み取る学習指導案概要

主な学習活動	予想される生徒の反応
<p>&lt;三角関数の復習&gt;</p> <p>①本時のねらいを伝える。</p> <p>②次の問題を与えて、弧の長さを求めるように指示する。</p>	
<p>1)下の図は半径 <math>r</math>、中心角 <math>\alpha^\circ</math> のおうぎ形である。このとき、弧の長さを求めよ。</p>	<p>2)下の図は、半径 <math>r</math>、中心角 <math>\theta</math> ラジアンのおうぎ形である。このとき、弧の長さを求めよ。</p>
<p>③弧の長さを確認する。度数法と弧度法のどちらを用いても、弧の長さは中心角を用いて表されることを確認する。</p> <p>④1)と2)の解答から、<math>\alpha^\circ</math> が <math>2\pi \times (\frac{\alpha}{360})</math> ラジアンに相当することを確認する。また、数学Ⅱの教科書も確認する。</p> <p>&lt;物理の教科書の読み取り&gt;</p> <p>⑤等速円運動の記述がある物理の教科書のコピー(図8)を配布し、記述内容を、三角関数の知識を用いて読み解くことを伝える。</p> <p>⑥等速円運動の記述から分かることを確認する。</p>	<p>・それぞれの角の表記を利用して、弧の長さを求める。</p> <p>・数学Ⅱで学習した弧度法の定義を確認する。</p> <p>・物理の教科書の記載されている事実を読み取り始める。</p> <p>・物理は単位円ではなく半径 <math>r</math> の円で考えること、独立変数は時間 <math>t</math>、<math>\omega</math> は定数であること、<math>\theta</math> は、時間 <math>t</math> の関数であること等を指摘する。</p>
<p>⑦等速円運動する物体の変位を表す式 <math>x = A \sin \omega t</math> を与え、その意味を捉えるように促す。また、そのグラフをかくように指示する。この段階では物理の教科書のグラフは与えない。</p> <p>⑧独立変数と従属変数を意識するように伝える。</p>	<p>・振幅が <math>A</math> であることは気づくが、<math>t</math> が独立変数ととらえ切れない。</p> <p>・数学では、従属変数に文字 <math>y</math> を用いていることが多いので、独立変数と従属変数がとらえきれない。</p> <p>・グラフをかき、物理の教科書のグラフと比較して、確認する。</p>
<p>⑨⑤で確認したことを改めて説明しながら、<math>x = A \sin \omega t</math> の理解を図る。その上でグラフをかくように促す。</p>	



表4に沿って実施した授業では、図8に示した物理の教科書のコピーを配付した。本授業は、ここに記述された内容を、三角関数の知識を活用して読み解くことが目標であることを伝えた。授業では、弧度法を忘れてしまっている生徒が多かったこともあって、丁寧に確認しながらの授業となった。度数法と弧度法で弧の長さを表す課題は、3.3の物理の授業時と同一の問題である。本授業では、3.3の授業時にあったような、度数法と弧度法の関係を表す式に関する質問はなかった。

遊園地では、観覧車やメリーゴーランドなど多くの乗りものが一定の速さで回転している。このように、物体が円周上を一定の速さで回る運動を **等速円運動** という。

円運動をする物体の単位時間当たりの回転角を **角速度** という。角速度の単位に **ラジアン**(記号 **rad**)<sup>angular velocity</sup>を用い、時間  $t$ (s)の間の回転角を  $\theta$ (rad)とすると(図46⑥)、これらと角速度  $\omega$  の関係は

$$\omega = \frac{\theta}{t}, \quad \theta = \omega t \quad (64)$$

① 1秒当たり ②  $t$ (s)間 P, P'間の円弧の長さ  $l = r\theta$  ③ 回転の向き

○図46 等速円運動の速度と角速度 ③は、回転円板に落ちた水滴がその縁から円の接線方向へ飛び出すようす。速度  $\vec{v}$  が円の接線方向であることがわかる。

となる。これより、角速度  $\omega$  の単位は **ラジアン毎秒**(記号 **rad/s**) となる。等速円運動の円の半径を  $r$ (m)、物体の速さを  $v$ (m/s)とすると、時間  $t$  の間に物体が移動する距離  $l$ (m)は  $l = r\theta$  と表されるから

$$v = \frac{l}{t} = r \frac{\theta}{t} \quad (65)$$

となり、(65)式に(64)式を代入すると、次の式が得られる。

$$v = r\omega \quad (66)$$

等速円運動は、角速度が一定の円運動ということもできる。

図8 等速円運動の記述(物理教科書)

三角関数の知識を利用して、等速円運動の記述を読み解くのは、筆者らの想定以上に困難な学習だった。最も困難だったのは、 $\theta = \omega t$  の理解である。数学の教科書では、三角関数は  $\theta$  が独立変数であり、物理では  $t$  が独立変数である。班ごとの議論が、なかなか先に進まない状況に陥った。また、変位を表す式  $x = A \sin \omega t$  のグラフをかく際には、従属変数が  $x$  であることに抵抗がある生徒が非常に多く、授業者がリードしながらグラフをかく状況になった(図9)。このように、物理の教科書の記述を、

①変位 図54②のように、半径  $A$ (m)、角速度  $\omega$ (rad/s)の等速円運動をしている物体  $P$  を考え、 $P$  から  $x$  軸に下ろした垂線の交点(正射影)を  $Q$  とする。 $Q$  は、時刻0に原点  $O$  を  $x$  軸の正の向きに出発したとすると、 $t$ (s)後における  $Q$  の変位(座標)  $x$ (m)は次のように表される。

$$x = A \sin \omega t \quad (75)$$

図9 物体の変位を表す記述(物理教科書)

数学の視点で読みきれない生徒が多いことが明らかになった。

### 3.4.2 授業後の感想とその考察

本授業は、既習事項を思い出すのに時間が必要で、議論が進みづらかったが、「教科を越えて整理できる点でよいと思った。」といった感想や「物理と数学は別のもので試みていたので、関連するものがあることを初めて知った。」のように、3.2の授業後の感想と共通する感想が多かった。等速円運動の公式を数学的に読み切れなかった事実から、筆者らは、物理では、公式を覚えて適用することに集中し、公式の意味まで考えていない可能性が高いと考えた。また、本授業を当初の予定通りに、三角関数の学習直後に実施すれば、物理の教科書の記述を解釈しやすかっただろうと考えた。

## 4. 授業実践に関する分析と考察

教科書の用語の不統一は、児童生徒の学習に混乱をきたす可能性が高いが、理科や数学科の教員が、教科書の用語の不統一を、それぞれの教科科目や校種を越えてまで、知るよしもない。こうした現状のままでは、教科科目を総合した見方・考え方や、日常的、学際的な課題を解決する力を育てることは難しい。そうした状況でも、筆者らによる授業は、理科や数学科、大学の教員が協働して、用語の不統一や各教科科目の指導目標を共有し、教材を検討することで実現した。

本稿で示した4つの本授業は、小学生から高校生までを対象とした、幅広い授業だった。その内容や単元は多様だったが、学習者は同様の活動や感想を表出した。どの授業でも、非常に多くの児童生徒が、理科と数学科の関連性に驚き、興味を持って取り組み、主体的に活動したり解決しようとし、新たな問いも立てていた。こうした反応から、理科と数学科を総合する授業を行えば、児童生徒の視野が広がり、興味関心を喚起する可能性が高いことが明らかになった。

こうした児童生徒の活動や反応から、筆者らは、児童生徒が、理科や数学科、大学の教員らが協働して行う教材の開発や検討、学習指導案の作成とその実践によって、児童生徒が、教科の枠を越えて学際的に考察したり、知識技能を活用する力を育成する可能性が高いと考えた。このような授業が継続して学校現場で実践できれば、児童生徒が総合的・科学的に考察する力を獲得する上でも非常に大きな役割を果たすだろう。

理科や数学科、大学の教員が、個人で学際的な知識を有することは大変な労力を必要とする。それでも、教科や校種を越えた教員が、授業を実践するための教材研究等を、協働して検討・議論し続けられれば、本稿で示した授業と同様の授業実践は、十分に実現可能である。理科、

数学科, 大学の教員である筆者らは, 今後はさらに理科と数学科を総合する授業実践を積み上げる。また, 本稿の 3. 3 と 3. 4 の授業を, 同一の高等学校で実践し, 高等学校の教育課程に位置づけるカリキュラムマネジメントの視点からの検討や研究も行う。

## 謝辞

本研究の小中学校の授業実践は, 前品川区立小中一貫校日野学園校長の青木径先生がご快諾くださいました。また, 数学科の授業実践は, 徳島県立城南高等学校の長瀬慎一郎先生が授業実践してくださいました。また, 徳島県内の物理と数学の先生方の研究会を開催するにあたり, 四国大学准教授(前徳島県立阿波高等学校長)の小島敦先生に, 多大なお知恵とご配慮を頂戴いたしました。この場をお借りして, 深く感謝申し上げます。また本研究は JSPS 科研費 25885054, 15K00923 の助成を受けています。

## 引用・参考文献

- 物理 (2013), 数研出版, pp.56 – 57  
物理基礎 (2013), 数研出版, p.9, 45  
金児正史 (2014)「数学と理科を総合した授業の実際と授業分析」日本科学教育学会年会論文集 38. pp.381 – 382  
金児正史 (2015)「数学と理科の教科内容のずれを解消するための指導の研究」日本科学教育学会年会論文集 39. pp.292 – 293  
金児正史 (2016)「数学の学習内容を意識して指導する物理基礎の事例研究－三角比やベクトルの指導を組み込んだ物体にはたらく力のつりあいの学習－」日本科学教育学会年会論文集 40. pp.135 – 138  
金児正史 (2017)「数学の学習内容を加味する物理と物理の学習内容を加味する数学の授業－三角関数の指導と等速円運動の学習を意識した数学Ⅱと物理の指導実践－」日本科学教育学会年会論文集 41. pp.135 – 138  
森一夫 (1993), 「最新の理科教育」, 学文社, pp.71 – 79  
数学Ⅰ (2013), 数研出版, pp.120 – 122  
数学Ⅱ (2013), 数研出版, pp.6 – 7  
数学Ⅲ (2013), 数研出版, p.114