

数学科における発展的な学習に関する研究

A Study on Developmental Learning in Mathematics

坂井武司*, 大門耕平**, 赤井秀行***, 石坂広樹****

Takeshi SAKAI*, Kouhei OOKADO**, Hideyuki AKAI***, Hiroki ISHIZAKA****

* 京都女子大学, ** 東北学院大学, *** 九州ルーテル学院大学, **** 鳴門教育大学

*Kyoto Women's University, **Tohoku Gakuin University, ***Kyushu Lutheran College,

****Naruto University of Education

要旨

本研究では、PISA2018（2018年度に行われたOECD（経済協力開発機構）生徒の学習到達度調査 Programme for International Student Assessment）において日本よりも上位に位置している上海の中学校で実践された中学校数学科の2つの授業について、数学科における発展的な学習という観点から考察を行った。その結果、「①題材、②プレゼンテーション、③数学的活動」の視点から、数学科における発展的な学習の実施に関する以下の3つの可能性が示唆された。

- ① 伝統文化や伝統工芸に関する題材は、実生活と数学の関係を見出すきっかけとなる。
- ② プレゼンテーション活動は、実生活と数学を結び付ける問題発見として、より実践的・協働的な活動となる。
- ③ 制作・体験をともなう数学的活動は、数学的な考え方に基づき、数学的な知識・技能を活用した自己表現としての問題解決につながる。

また、日本の伝統文化・伝統工芸を題材とした、数学科における発展的な学習教材の活用について検討した。

キーワード：数学教育、発展的な学習、中学校、上海

1. はじめに

PISA2018における数学的リテラシーに関する分野では、図1のような数学的リテラシーのモデル（国立教育政策研究所，2019）が提唱されており、「定式化、活用、解釈／評価」という数学的なプロセスを通して、「変化と関係、空間と形、量、不確実性とデータ」に関する数学的な内容知識を用い、現実世界における「個人的、社会的、職業的、科学的」な文脈の問題を解決する能力が求められている。中学校段階であれば、個人的、社会的な文脈としての日常生活において、数学的な見方・考え方を働かせて、数学科で学習した知識・技能を活用して問題発見・問題解決する能力が求められると考えられる。

このような能力を育成するためには、数学的な見方・考え方を働かせて発展的に考察し、日常生活での適用

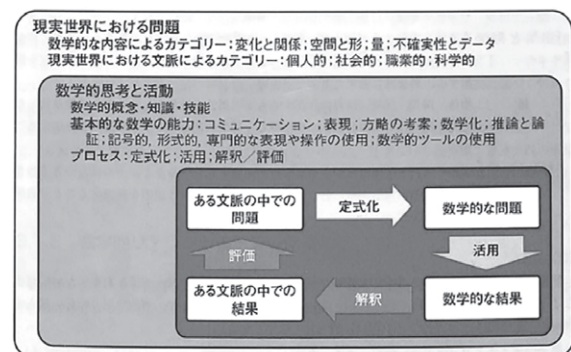


図1. 数学的リテラシーのモデル
（国立教育政策研究所，2019，p.150）。

場面を発見したり、活用を通して、数学的な内容知識のよさを感じたりする発展的な学習が必要不可欠であると考えられる。

PISA2018 国際結果（国立教育政策研究所，2019）

によると、数学的リテラシーの平均得点は、北京・上海・江蘇・浙江が1位、続いてシンガポール、マカオ、香港、台湾、日本、韓国とアジア圏の国・地域が上位を占めており、日本は6位である。日本よりも上位に位置する国・地域においても、数学的リテラシーの育成は共通の課題である中、独自の取り組みを通して成果をあげていると考えられる。

そこで、本研究では、PISA2018において日本よりも上位に位置している上海の中学校で実践された数学科の授業を考察し、数学的リテラシーの育成に向け、数学科における発展的な学習の実施に関して示唆を得ることを目的とする。

2. 中学校数学科における発展的な学習の特徴

2.1. 日本の中学校数学科における発展的な学習の位置付け

日本の義務教育課程における数学教育に関する教育課程は、「小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編」（文部科学省，2018a）と「中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編」（文部科学省，2018b）で詳細に規定されている。小学校算数科と中学校数学科に別れているが、小中接続を考慮した教育課程の編成がなされている。中学校数学科の目標は、「数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成すること」であり、以下の3つの資質・能力が示され、内容領域は「数と式」「図形」「関数」「データの活用」の4領域で構成される

- ① 数や図形などについての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- ② 数学を活用して事象を論理的に考察する力、数量や図形などの性質を見だし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。
- ③ 数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う。

特に発展的な学習と関連する統合的・発展的な考察が重視されており、図2のような「算数・数学の問題発見・解決の過程」（文部科学省，2018b）が提唱されている。

この図における左サイクルは、PISA2018における数学的リテラシーのモデルと同じ考え方が背景にあり、発展的な学びとして、現実の世界と数学の世界をつな

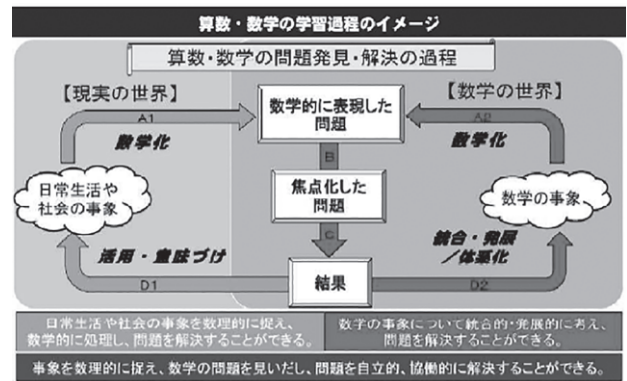


図2. 算数・数学の問題発見・解決の過程

げる重要なサイクルである。一方、数学の世界の中で数学の事象を統合・発展させ、深い学びにつなげる右サイクルは、日本の教育課程の特徴である。この右サイクルは、学習内容と既習内容を統合的に捉えたり、解決した問題の条件を変えて発展的に捉えて新たな問題を見出したりするため、数学科の授業の中に取り入れやすい。しかし、左サイクルの現実の世界の問題解決への活用については、教科書の単元の導入や演習問題で取り上げられるものの、数学的な内容知識のよさを感じるまでには至らないことが課題である。そのため、現実の世界と数学の世界をつなげる発展的な学習が求められている。

2.2. 中国の中学校数学科における発展的な学習の位置付け

中国の数学教育に関する教育課程は、「義務教育数学課程標準」（中華人民共和国教育部，2011）に規定されている。義務教育である小中学校の9年間の数学科目標は、以下の3つの資質・能力で示され、内容領域は「数と代数」「図形と幾何学」「統計と確率」「総合と実践」の4領域で構成される。

- ① 社会生活に適応し、さらに発展するために必要な数学の基礎知識、基礎技能、基本的な考え方、基本的な活動経験を身につけることができる。
- ② 数学的知識、数学と他の科目、数学と生活の間につながりを体験し、数学的な考え方で考え、問題を発見し、分析・解決する能力を高める。
- ③ 数学の価値を理解する。数学の学習に対する興味を高める。数学を学ぶ自信を高め、良い学習習慣を身につけ、簡単な創造性と科学的態度の感覚を持つ。また、「第一学習段階：第1学年～第3学年」、「第二学習段階：第4学年～第6学年」、「第三学習段階：第7学年～第9学年」の3つの学習段階に分けて内容標準を設定されている。

特に発展的な学習と関連する「総合と実践」は、生徒の主体的な参加に基づき、「数と代数」「図形と幾何

「統計と確率」などの知識と方法を組み合わせて、問題解決する学習活動であり、教室で、または教室内と教室外を組み合わせて指導することが望ましいとされている。また、第三学習段階の「総合と実践」について、以下の3点がねらいとして示されている。

- ① 具体的な問題の解決策を設計し、実生活に関連させて実行するプロセスを経験し、モデリングで問題を解決するプロセスを経験し、その過程で問題の特定と定式化に挑戦する。
- ② 活動に参加した全過程を振り返り、研究の過程と結果についてレポートや小論文を作成し、それを伝えることで、さらに数学的な活動の経験を積む。
- ③ 関連する問題の探求を通して、学んだこと（他の科目の知識を含む）のつながりを理解し、知識の理解を深め、それを応用する意識と能力を養う。

2.3. カリキュラム上の比較

中学校数学科に関する全般的な目標としては、日本と中国ともに、OECD Education 2030 プロジェクト (OECD, 2019) で示されたラーニングコンパスにおける「知識」「スキル」「態度及び価値観」というコンピテンシーの3つの構成要素と共通する観点から示されている。各構成要素の内容からも、不安定性、不確実性、複雑性、曖昧性が急速に進展する21世紀の世界において、予測困難な課題に直面した際に解決する思考を培うという同じ教育の方向性を持っていると考えられる。このような社会においては、既存の概念にとらわれず、異なる領域の概念を結びつけて新しい概念を創造することにより、問題解決することが重要であると考えられる。中国では、数学の価値を理解し、簡単な創造性と科学的態度の感覚を持つことが位置付けられており、数学を活用した創造的な問題解決を重視していることがうかがえる。日本では、平成21年3月告示の学習指導要領（文部科学省，2015）の高等学校数学科の目標に、「創造性の基礎を培う」という記載がある。しかし、平成30年3月告示の学習指導要領では、高等学校理数科の目標に「多角的、複合的に事象を捉え、数学や理科などに関する課題を設定して探究し、課題を解決する力を養うとともに創造的な力を高める。」（文部科学省，2018c）との記載があるだけで、中学校・高等学校数学科の目標には創造性の記載はない。

中学校数学科における発展的な学習に関しては、日本と中国ともに、PISAにおける数学的リテラシーのモデルの「定式化、活用、解釈／評価」という数学的なプロセスを意識した活動が想定されている。問題発見・問題解決が重視されており、数学活用を数学科の授業内に留めることなく、数学的な考え方にに基づき、

数学的な知識・技能を活用し、実生活をより良くしていくことへの数学活用が意図されている。

中国では、「総合と実践」の中で、数学的な言語活動としてレポートや小論文の作成が位置付けられている。数学的な表現を用いることにより、自分の考えを他者と共有しながら、協働的な問題解決できる能力の育成を目指していることがうかがえる。日本では、中学校数学科に関する「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料（国立教育政策研究所，2020）に、評価方法として、レポートによる評価が例示されている。しかし、「中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編」には、数学的活動として、「数学的な表現を用いて、論理的に説明し伝え合う活動」（文部科学省，2018b）と記載されているだけで、具体的な活動までは示されていない。

3. 上海における数学科の授業実践

上海の中学校で参観した数学科の2つの授業を紹介し、数学科における発展的な学習という観点から考察を行う。どちらも第7学年（日本の中学校第1学年に相当）における「図形の移動」に関する授業であり、同一単元内の連続する2単位時間の授業である。

3.1. 事例1：「現実世界における対称な図形」

1つ目の事例は、現実世界における対称な図形として、身の回りにおける対称な図形について調査した内容を、PowerPointでプレゼンテーションする授業であった。このプレゼンテーションまでに、①個人での調査[宿題]、②調査内容の報告とグループのテーマ設定、③テーマに関する再調査[宿題]、④グループでの再調査内容の報告とプレゼンテーションの計画、⑤プレゼンテーション資料の作成[宿題]という過程を経ている。いわゆる協働的な学びを取り入れた単元構成となっている。

各グループのテーマは、「瓦片上の中国」「太极八卦図」「中国結」「顔譜（脸谱）和剪纸」であり、「瓦片上の中国」は図3のような中国の伝統文化である瓦で作られた模様、「太极八卦図」は図4のような風水で用いられる方位図の模様、「中国結」は図5のような中国の伝統工芸である紐を用いた結びの模様、「顔譜和剪纸」は図6のような中国の伝統民間芸術である切り絵細工の模様における対称性についての発表であった。

どのテーマも中国の伝統文化や伝統工芸と関連しており、生徒にとって身近で、目にする機会も多い題材である。したがって、実生活と数学の関係を見出すきっかけとなると考えられる。また、新しい技術の進歩への数学活用と同様に、伝統文化や伝統工芸への数学活

用について知ることは、数学の価値を理解する上で重要である。



図3. 「瓦片上的中国」のプレゼンテーション.



図4. 「太极八卦图」のプレゼンテーション.

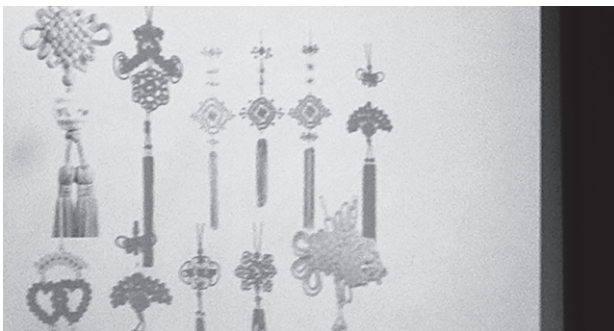


図5. 「中国结」のプレゼンテーション.

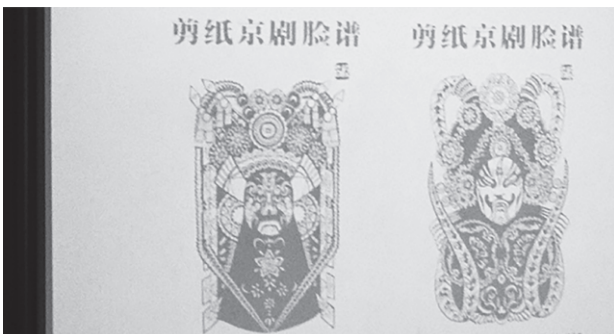


図6. 「脸谱和剪纸」のプレゼンテーション.

この学習では、対称性に関する数学的概念・知識・技能を活用して、現実世界における事象を捉え、図7のように、数学的表現を用いた数学的コミュニケーションを行っていた。また、話す・書くという情報

の発信だけでなく、聞く・読むという活動も充実していた。このようなプレゼンテーション活動は、「総合と実践」のねらい②に該当し、実生活と数学を結び付ける問題発見として、より実践的・協働的な活動であると考えられる。



図7. 数学的なコミュニケーション.

3.2. 事例2: 「文様作りにおける平行移動・対称移動・回転移動の活用」

2つ目の事例は、現実世界における平行移動・対称移動・回転移動を活用した図形として、身の回りにある文様について知り、オリジナルの文様を制作する授業であった。この制作までに、平行移動・対称移動・回転移動については既習であり、発展的な学習として、コンピュータを用いて、対称図形を個人で作成済みである。

この授業の導入では、図8・図9のように、教師から中国の伝統文様について紹介があり、平行移動・対



図8. 中国の伝統文様の紹介.



図9. 中国の伝統文様の考察.

称移動・回転移動という観点から、生徒がそれらの文様の特徴を考察した。

この考察を通して、1つのパーツを平行移動・対称移動・回転移動させることにより、様々な文様が作られていることが確認された。また、図10のように、生徒がコンピュータで作成した対称図形を平行移動・対称移動・回転移動させることにより、新しい文様を制作する方法が示された。

生徒たちは、コンピュータで作成した対称図形のコピーを用意しており、図11・図12のように、ラミネートシートに挟んだり、コルクボードに貼ったりしながら、オリジナルの文様を制作していた。平行移動・対称移動・回転移動の観点から、1つのパーツを4枚組み合わせることにより、3種類の文様を作ることができるため、生徒は、1つの文様ができて、他の文様作りに取り組み、自分の納得のいく文様を見つけようと取り組んでいた。したがって、実際に制作・体験をする数学的活動は、数学的な考え方にに基づき、数学的

な知識・技能を活用した自己表現としての問題解決につながると思われる。

上海の中学校で実践された2つの実践の考察から、数学科における発展的な学習の実施に関して、次の3つの可能性が示唆された。

- 示唆①：伝統文化や伝統工芸に関する題材は、実生活と数学の関係を見出すきっかけとなる。
- 示唆②：プレゼンテーション活動は、実生活と数学を結びつける問題発見として、より実践的・協働的な活動となる。
- 示唆③：制作・体験をとまなう数学的活動は、数学的な考え方にに基づき、数学的な知識・技能を活用した自己表現としての問題解決につながる。

4. 日本の発展的な学習教材の活用に向けて

上海の中学校での実践から見出された3つの示唆に基づき、日本の中学校第1学年で学習する「図形の移動」に関する単元の教材として、日本の伝統文化・伝統工芸を題材とした、数学科における発展的な学習教材の活用について検討する。

日本の伝統文化として、古くから用いられている紋様や柄模様（文様）がある。家紋に代表されるような紋様は、対称図形になったものが多い。また、風呂敷などの染物には、図13の「麻の葉」や「七宝つなぎ」のような和柄と呼ばれる伝統文様が多数存在する。日本の伝統工芸である切り子のようなガラス細工、寄木細工のような木工細工、刺し子のような織物にも、伝統文様が用いられている。伝統文様は、紋様を平行移動・対称移動・回転移動させ、連続的に配置することにより構成された図柄である。そのため、「図形の移動」に関する数学的概念・知識・技能を活用して、現実世界における事象を捉えることにつながるとともに、敷き詰め模様としての空間的な広がりや美しさを感じ取ることのできる教材である。寄木細工の伝統紋様の教材的価値についての研究（後藤，2017）が進められており、風呂敷の伝統紋様は、図14の東京書籍の教科書（藤井，2021，p.158）、図15の啓林館の教科書（岡本，

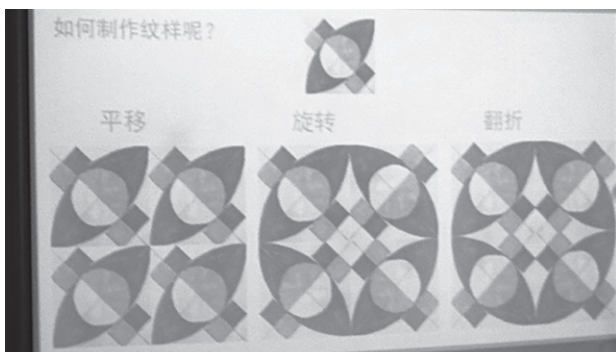


図10. 新しい模様制作の方法。



図11. ラミネートを用いた模様制作。



図12. コルクボードを用いた模様制作。

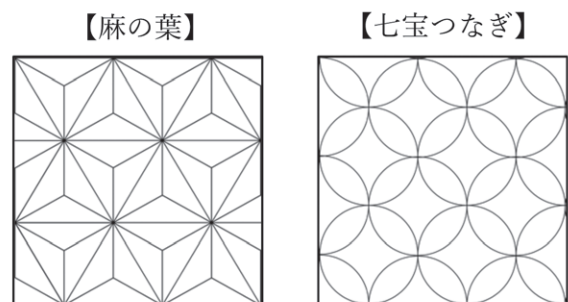


図13. 日本の伝統文様。

2021, p.159)・図 16 の学校図書の教科書(池田, 2021, p.184)において、「図形の移動」に関する単元の教材として紹介されている。

したがって、示唆①を踏まえた教材として、染物や寄木細工の伝統紋様は既に教材化されており、今後、

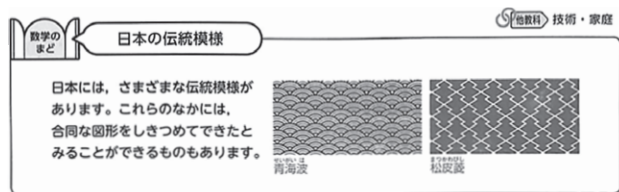


図 14. 教科書の事例
 (『新しい数学 1』東京書籍:藤井, 2021, p.158).

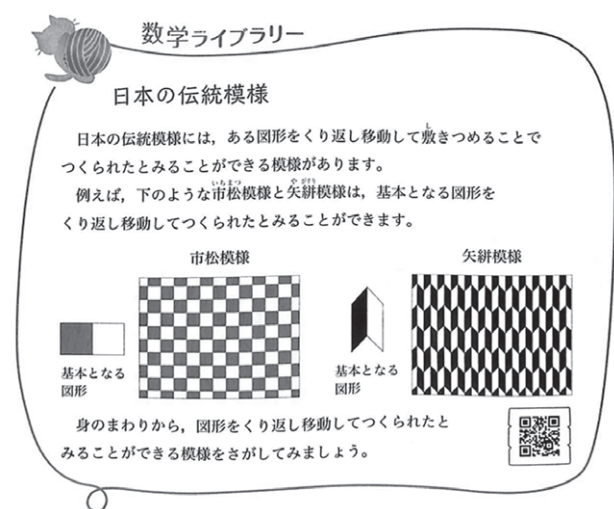


図 15. 教科書の事例
 (『未来へひろがる数学 1』啓林館:岡本, 2021, p.159).

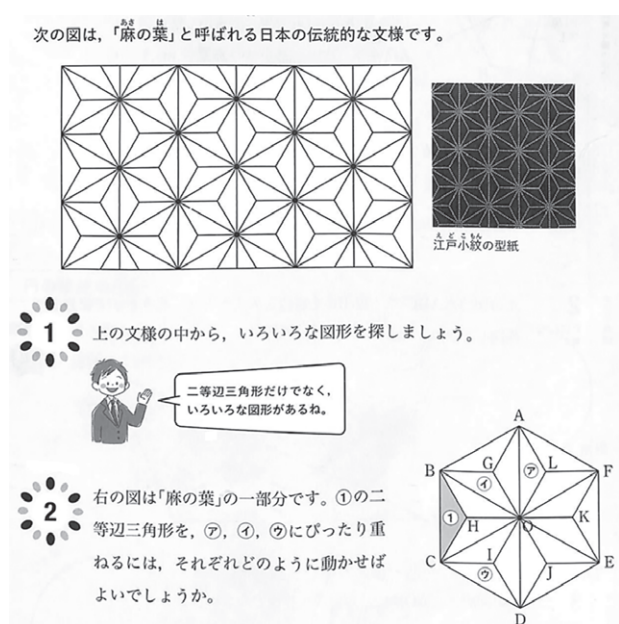


図 16. 教科書の事例
 (『中学校数学 1』学校図書:池田, 2021, p.184).

切り子のようなガラス細工や刺し子のような織物における伝統紋様の教材化も十分可能である。しかし、教材の用い方により、子どもたちに育むことのできる資質・能力は大きく変わる。教科書等においては、具体的な授業展開が示されていないため、実生活と数学の関係を見出すきっかけに留まる可能性が高い。

そこで、示唆②と示唆③を踏まえた授業展開が不可欠である。具体的には、教科書の事例をきっかけとし、子どもの興味・関心に合わせて、染物、寄木細工、ガラス細工、織物の伝統紋様に中から選択した題材について、調べ学習とそのプレゼンテーションを行う活動が考えられる。この時、個人で調べた内容についてグループディスカッションをしたりグループでオリジナルの文様の制作をしたりする活動を位置付けた授業展開が重要である。このような活動は、他者とのコミュニケーションが必要となるため、必然的に数学的な用語や記号を用いた対話的な学びにより、数学的な知識の定着も期待できる。また、数学的な知識・技能を活用するために、その定着だけでなく、数学的な見方・考え方を主体的に働かせることも期待できる。結果として、習得・活用・探究という中で、学習内容の深い学びにつながると考えられる。

また、数学科の授業における ICT 活用という側面にも着目し、グループでのオリジナルの文様の制作における情報の検索ツールやデザインの表現・交流ツールとして、ICT の有効活用を位置付けることも重要である。

5. おわりに

本研究では、数学科における発展的な学習の実施に関して示唆を得ることを目的に、上海の中学校で実践された数学科の2つの実践を考察した。考察の結果、次の3つの可能性が示唆された。

- ① 伝統文化や伝統工芸に関する題材は、実生活と数学の関係を見出すきっかけとなる。
- ② プレゼンテーション活動は、実生活と数学を結び付ける問題発見として、より実践的・協働的な活動となる。
- ③ 制作・体験をともなう数学的活動は、数学的な考え方に基づき、数学的な知識・技能を活用した自己表現としての問題解決につながる。

日本や中国以外の国々でも伝統文化・伝統工芸があるので、今後の課題として、それらを教材化し、「伝統文化・伝統工芸」をテーマとした数学科を通じた図形に関する学びと社会科や英語科を通じた国際理解に関する学びを融合したクロスカリキュラムを構築することが考えられる。

参考文献

- OECD (2019). OECD Future of Education and Skills 2030 Conceptual learning framework LEARNING COMPASS 2030. (2023年8月30日参照) : https://www.oecd.org/education/2030-project/teaching-and-learning/learning/learning-compass-2030/OECD_Learning_Compass_2030_concept_note.pdf
- 池田敏和他 47 名 (2021). 『中学校数学 1』. 学校図書.
- 岡本和夫他 131 名 (2021). 『未来へひろがる数学 1』. 啓林館.
- 国立教育政策研究所 (2019). 『生きるための知識と技能 OECD 生徒の学習到達度調査 (PISA) 2018 年調査国際結果報告書』. 明石書店.
- 国立教育政策研究所 (2020). 『「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料 中学校数学』. 東洋館出版社.
- 後藤学 (2017). 「新しい教材を開発する視点一箱根・寄木細工の教材化を事例として」. 『数学教育学会誌』, Vol.57, No.3・4, pp.159-168.
- 中華人民共和国教育部 (2011). 『義務教育数学課程標準』. 北京師範大学出版社.
- 藤井齊亮他 95 名 (2021). 『新しい数学 1』. 東京書籍.
- 文部科学省 (2015). 『高等学校学習指導要領 平成 21 年 3 月告示』. 東山書房.
- 文部科学省 (2018a). 『小学校学習指導要領 (平成 29 年告示) 解説算数編』. 日本文教出版.
- 文部科学省 (2018b). 『中学校学習指導要領 (平成 29 年告示) 解説数学編』. 日本文教出版.
- 文部科学省 (2018c). 『高等学校学習指導要領 (平成 30 年告示)』. 東山書房.