鳴門教育大学研究紀要
第 39 巻　2024

算数教科書「図形」領域における教えられるべき知識に関する研究

早　田　　　透

（キーワード：図形学習，教授の人間学理論，プラクセオロジー，小学校算数教科書）

Ⅰ．本研究の背景

幾何の学習は，少なくとも最初は学習者自身の具体的な経験や，具体的な対象をもとに具体的な方法で探究し始め，徐々に論理的かつ抽象的な対象を論理的かつ抽象的な方法で扱うようになる。最終的には，具体的な図形の探究から始まった幾何は，図形を超え，変換群に不変の性質を探究する。この変化は，１つの授業で劇的に生じるような性質のものではなく，長い時間をかけ，子どもの内で徐々に発展していくのである（松尾，2003）。従って，図形領域における子どもの説明もまた，このように発展することが期待される。

こうした幾何学習の方向性は，いくつかの数学教育における理論で明らかにされてきている。例えば，van Hiele & van Hiele (1958)は学習水準論という考え方で，具体的な対象から公理に基づく論理体系までの発展の度合いを明らかにしている（氏らに拠る５つの水準は第０～第４とラベルする場合と，第１～第５とラベルする場合があるが，本稿では後者に統一する）。宮崎（1995）は図形を探究する方法の一つである説明・証明に着目した研究であり，やはり説明の根拠や方法が徐々に論理的・抽象的になっていくことを示している。また，こうした考えが平面図形に限らず，空間図形でも有用な考えであることも明らかになっている（影山，2003）。

以上の様な，幾何学習において，具体的な対象・方法・説明に基づく学習から，長期的には抽象的な対象・方法・説明に基づく学習へと発展していくことを，本稿においては簡単のため「幾何概念の発達」と呼ぶことにする。では，我が国の幾何学習のカリキュラムは，子どもの「幾何概念の発達」に沿った内容になっていると言えるのであろうか。特に，小学校６年間の中ではどうであろうか。前述した van Hiele & van Hiele (1958)に従えば，我が国の小学校カリキュラムは第１水準から始まり第３水準程度まで発展（松尾，2003）することが期待されている。これは，高等学校卒業時が精々第４水準であることを考えると，かなり大きな変化である。しかし，例えば中学校における論証学習が必ずしもうまくいかない理由の一つに，その前提となる図形学習が十分機能していないことが挙げられている（国宗，1994，p. 76）など，小学校図形の指導には何らかの点で「幾何概念の発達」に対して課題があると考えられる。この課題が一体何に拠るものであるかを特定することは，幾何学習の改善を考えていく上で必須である。特に，カリキュラムは教授学習全体に与える影響が大きく，最初に分析されるべきである。

以上の背景から，本研究の目的は「我が国の小学校算数の幾何カリキュラムは，子どもの「幾何概念の発達」に沿った内容になっているかを記述すること」とし，またその記述のための方法を開発することを副次的な目的とする。より具体的には，２節で詳述するように，教科書に記載されている知識がどのように正当化されているかを記述する方法を採る。

Ⅱ．研究の方法

１．研究の理論的枠組み

本研究においては，理論的枠組みに教授の人間学理論（Anthropological Theory of the Didactic，以下 ATD）を用いる。ATD は非常に広範に渡る理論体系であるが，その主たる目的は数学的な知識のあり方を記述しようとすることである。ここでいう知識とは，日本語で一般に知識という単語が持つ意味がフランス語における *savoir* であるのとは違い，フランス語における *connaissance* の意味である。前者は一般的な数学書に書いてあるような，脱文脈化・脱人間化された知識である。一方，後者は ATD が扱う意味での知識であり，前者が持つ客観性と共に，その時折の文脈や人間性といったものが加味されているものを指す。この区別は必ずしも厳密ではないが，小学校における「円周率とは円周を直径で割った比率であり，3.14である」は（まさに小学校における量や測定

という文脈が付与されているので）一般に後者であろう。この時，ATD は「その知識がどのような状態であるか。なぜそのような状態であってそれ以外の状態ではないか。」を記述する理論である。前述の例に従えば，小学校における「円周率は3. 14である」がどのような条件と制約によって存在している知識であるかを記述し，なぜ3. 1や π ではないのか，といったことを明らかにしようとするのである。

この理論は，我々の目的に合致している。即ち，我が国の小学校カリキュラムにおける幾何の知識がどのような状態であるか，を記述してくれることが期待できるためである。このために，特に ATD の中でも「教授学的転置」と「プラクセオロジー」の考え方を特に用いる。

教授学的転置とは，教授学習に関わる知識のあり方を捉えようとする枠組みである (Bosch & Gascón, 2006)。即ち，教授に関わる知識は，下の図 1 に示した転置を経ている，と捉えるのである。

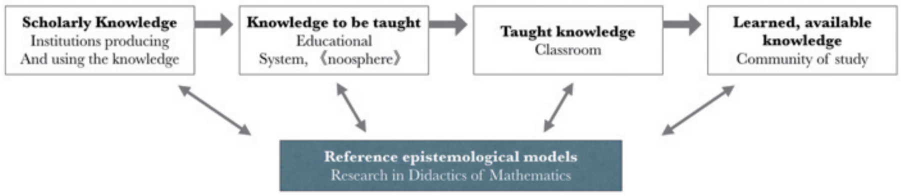

図 1　教授学的転置過程(ibid, p.57)

これにより，数学者たちの生み出した学問的知識(scholarly knowledge)が，教えられるべき知識(knowledge to be taught)，教えられた知識(taught knowledge)，学ばれた知識(lea rned, available, knowledge)となる過程を，それぞれの知識を生み出している集団(institution)の条件と制約に注目して記述しようとするのである。

この考え方が明らかにしたことは，学問的知識である数学がこのプロセスに内包されている以上，各知識に重大な影響を及ぼしてはいても，各知識を分析する際の基準にはならない，ということである (ibid, p.57; Chevallard, 1985, p.20)。分析の基準は基本認識論モデル (reference epistemological model) であり，数学教育学研究者が構築するものである。本稿において，基本認識論モデルは 1 節で挙げた，先行する「幾何概念の発達」に関する van Hiele & van Hiele (1958) などの諸理論である。その上で，カリキュラム，即ち「教えられるべき知識」を分析していくことになる。

しかし，教授学的転置の考えは，分析の方法までは示してくれない。そこで，もう一つの考え方である「プラクセオロジー」を用いる。プラクセオロジーは，ある知的集団(institution)における知識を記述する枠組みである (Bosch & Gascon, 2014)。まず，プラクセオロジーは，ある知識が特定の探究活動と不可分である，という前提を置く。これに基づき，ある知識をその実践部 praxis と，理論部 logos から捉える。実践部はタスクタイプ T，テクニック τ から成り，理論部はテクノロジー θ とセオリー Θ から成る。即ち，ある一つのプラクセオロジー（知識）p は，$p=[T/\tau/\theta/\Theta]$によって記述される。ここで，T は解決しようとする課題を指し，例えば「円の面積を求める」などが該当する。これを実行するための方法が τ であり，例えば「方眼紙の上に円を書いて升目の数を求める」などが挙げられよう。このように，実践部 T と τ は一般的に目に見える形で捉えられる。一方，理論部の θ は τ を正当化し，実行可能にするものであり，前述の例に倣えば「面積の定義は単位正方形の枚数」などが挙げられる。Θ は θ を更に正当化し，理解可能にするものであり，「Euclid 幾何学の理論体系」などが挙げられる。

これらの内，理論部の 2 つは明確に区別することが難しいこともある。また，4 つの要素のうちいくつかが無い，という場合もある。しかし，こうした観方によって，知識そのものの本性を明らかにし，そのあり方を明確にする事ができるのである。ATD においては，すべての知識はプラクセオロジーで記述可能であることを仮定する (ibid)。

本稿においては，小学校算数の幾何における「教えられるべき知識」が分析対象である。そこで扱われている知識がどのようなものであるかが，プラクセオロジーを用いることによって記述される。

2．研究の対象と分析方法

さて，以上の理論的枠組みをもとに，具体的に何を，どのように分析するかを述べる。我々は，分析対象となるカリキュラム，即ち「教えられるべき知識」として教科書を選択した。勿論，我が国の法的なカリキュラムは学習指導要領である。しかし，学習指導要領は指導すべき内容の大枠を示しているのみである。一方，我が国の

教科書は，検定制度によって学習指導要領の内容を反映したものになっており，教師は教科書を使用することが求められている。この意味で，学習指導要領が規定している「教えられるべき知識」が具体的に掲載された，実質的なカリキュラムと見なす事が可能である。教育現場の実態としても，学習指導要領よりも直接に指導内容を示唆していると考えることは，不自然な仮定では無い。

また，教科書の中でも，具体的には啓林館（清水ほか，2015）と東京書籍（藤井ほか，2015）が発行するものを分析する。これは，この２社の採択率の合計が，2019年に啓林館が30.2%，東京書籍が41.9%である（渡辺，2019，p.9）など，年によって前後するものの，採択率上位２社であり，合計すると７割程度の採択率となっているためである。この２社の傾向はそのまま，我が国全体の傾向と言い換えても差しりはなかろう。また，敢えてここでは１つ前の学習指導要領に準拠した教科書を分析している。これは，現行の学習指導要領を基にした教科書（2023年８月時点）は，次年度に改訂が予定されているからである。この意味で，現行の教科書は，現行の学習指導要領の具体化がまだ行われている過程にあるという側面を有する。このため，１つの学習指導要領に対して最後に発行された教科書は，１つの学習指導要領が具体化され終わったものと見なすことが可能であり，その分析によって本稿の趣旨により合致する形でカリキュラムの特徴を述べる事が可能なのである。

加えて，ATD を用いる利点は institution 同士の比較を可能にすることである。２つの教科書（会社）という institution を比較することで，それぞれの知識のあり用がどのような条件と制約によるものであるかを明らかにすることが期待されるのである。

さて，ATD の仮定より，教科書における幾何学的（数学的）知識はプラクセオロジーとして記述可能であるが，我々はその理論部に着目した。我々の基本認識論的モデルに従えば，低学年の幾何学的知識の理論部は，より具体的・物理的なであり高学年になればなるほど，より抽象的・理論的なものとなっている筈である。従って，我々は次の５つのカテゴリーの理論部を枠組みとした；「Ⅰ：経験」「Ⅱ：測定」「Ⅲ：性質」「Ⅳ：演算」「X：活動」。

「Ⅰ：経験」とは，例えば次に示す図２のような記述である。ここでは，「円の中心の見つけ方」というプラクセオロジーが記述されており，T は「円の中心を見つける方法を考える」，τ は「円の形をした紙を折る」である。この τ を正当化している理論部は，折り目の交差する点が中心に一致しているように見えるといった図形の見た目，形，日常経験などである（直径の交点が中心であるといった性質に依拠した理論部がない）。このような理論部を持つプラクセオロジーを，「Ⅰ：経験」とする。

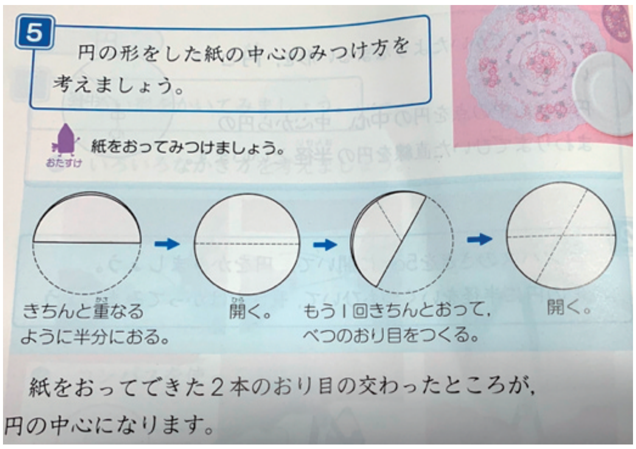

図２　円の中心の見つけ方（清水ほか，2015（３上），p. 38）

「Ⅱ：測定」とは，例えば次に示す図３のような記述である。ここでは「二辺三角形の２つの角が等しくなる」というプラクセオロジーが記述されており，T は「角の大きさを比べる」，τ は「折って重ねて比較する」である。この τ を正当化している理論部は，例えば測定器具（何か具体物，分度器，定規など）の物理的属性，測定に関する取り決め，量の性質などである。このような理論部を持つプラクセオロジーを，「Ⅱ：測定」とする。

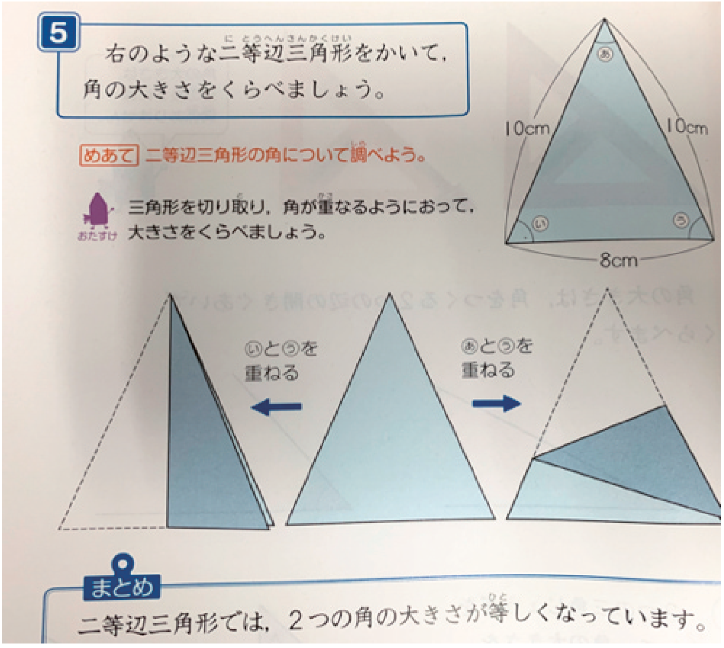

図３　二辺三角形の底角（清水ほか，2015（３下），p. 10）

「Ⅲ：性質」とは，例えば次にあげる図４のような記述である。ここでは，「ひし型を対角線で切ったときに出来る三角形の種類」というプラクセオロジーが記述されている。図３左「ア」を見ると，T は「ひし型を１本の対角線で切ったときの形を求める」，τ は「出来上がった三角形のそれぞれの辺の長さを求める」である。この τ を正当化する理論部は，ひし形の性質や二辺三角形の定義，子どもが学んできた範囲におけるユークリッド幾何学の理論体系などである。このような理論部を持つプラクセオロジーを，「Ⅲ：性質」とする。

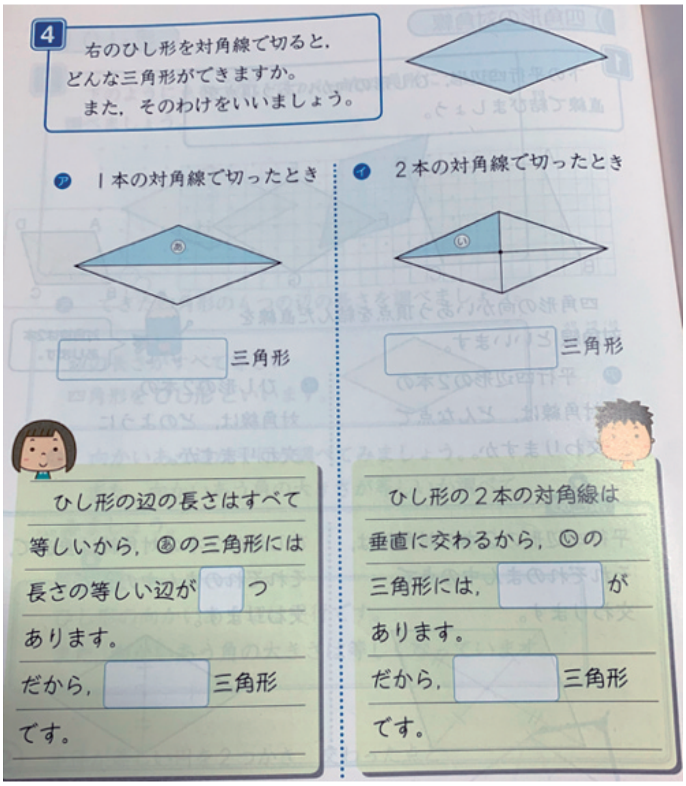

図４　ひし形の分割（清水ほか，2015（４上），p. 76）

「Ⅳ：演算」とは，例えば次に示す図５のような記述である。ここでは「正方形の求積方法」というプラクセオロジーが記述されており，Tは「１辺が４cmの正方形の面積を求める」，τは「単位正方形の枚数を計算する」である。このτを正当化している理論部は，乗法の交換法則，情報の意味が同数累加である等の演算に関する諸規則である。このような理論部を持つプラクセオロジーを，「Ⅳ：演算」とする。

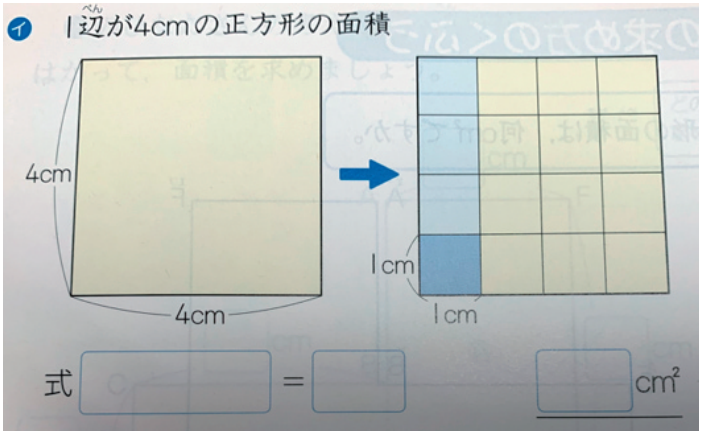

図５　正方形の求積方法（清水ほか，2015（４下），p. 7）

最後に，これら４つのいずれにも該当しないカテゴリーとして，図６が挙げられる。ここでは，「１㎡の新聞紙に乗れる人数」というプラクセオロジーが記述されている。Tは「１㎡の広さについて調べる」だが，他の箇所は特定されない。なぜなら，子どもが調べた全ての事柄や直観的に明証なことが正当化可能で（ex.学習机より広い，等）あらゆるτ, θ, Θが許容されるからである。これらは，いわば探求活動そのものが目的であり，それによって図形に対する感覚などを養うことが意図されたプラクセオロジーであり，それゆえに実践部のみで構成されていると考えられる。このようなプラクセオロジーを，「Ｘ：活動」とする。

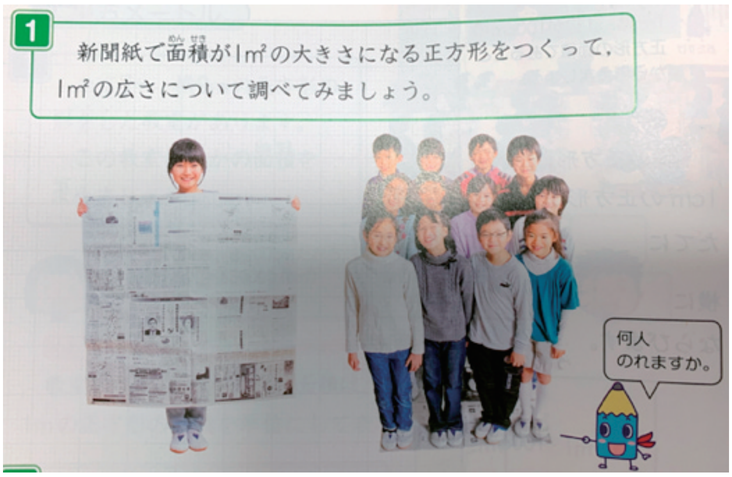

図６　１㎡の新聞紙に乗れる人数（清水ほか，2015（４上），p. 90）

この５つのカテゴリーの内，Ⅰ・Ⅱ・Ｘは「具体的な水準」と呼ぶことができる。なぜなら，なんらかの点で物質的・経験的な理論部を持つプラクセオロジーであり，即ちそれらによって正当化された知識だからである。一方，Ⅲ・Ⅳは「論理的な水準」と呼ぶことができる。これらは，既に子どもが有している理論体系を理論部に持つプラクセオロジーであり，即ちそれらによって正当化された知識だからである。我々の基本認識論的モデルに従えば，「具体的な水準」の知識は，低学年の内は多く（あるいは大半）を占め，学年が進むにつれてその割合が減じ，代わりに「論理的な水準」の知識が増えてこなければならない。従って，次に我々は，選定された教科書がこの通り記述されているかを調べる。

Ⅲ．分析の手順

まず，それぞれの教科書から，幾何に関係する単元を抜粋すると，次の表1と表2の様になる。なお，東京書籍の単元名は活動を示唆したもの（ex.～を考えよう）だが，読者の利便性のために，目次に併記されている学習内容の方を記載した。また，長さや重さの測定のような，幾何学的対象を単元の主たる内容として扱わず，測定の単位や方法のみを取り扱う単元は分析の対象から外した。

表1　啓林館の分析対象単元（清水ほか，2015）

学年	単元名とページ番号
1	いろいろなかたち（pp. 30-37），かたちづくり（pp. 96-101）
2	三角形と四角形（pp. 40-46；2下），はこの形（pp. 92-97；2下）
3	円と球（pp. 34-43；3上），三角形（pp. 2-13；3下）
4	垂直・平行と四角形（pp. 62-81；4上），面積（pp. 2-17；4下），直方体と立方体（pp. 88-101；4下）
5	体積（pp. 16-27），合同な図形（pp. 70-85），面積（pp. 118-133），円と正多角形（pp. 188-199），角柱と円柱（pp. 200-207）
6	対称な図形（pp. 8-25），円の面積（pp. 66-77），図形の拡大と縮小（pp. 100-113），立体の体積（pp. 154-159），およその形と大きさ（pp. 160-163）

表2　東京書籍の分析対象単元（藤井ほか，2015）

学年	単元名とページ番号
1	かたちあそび（pp. 12-15；1下），かたちづくり（pp. 64-68；1下）
2	長方形と正方形（pp. 98-109；2上），はこの形（pp. 88-93；2下）
3	円と球（pp. 34-46；3上），三角形と角（pp. 82-92；3下）
4	角の大きさ（pp. 20-37；4上），垂直・平高と四角形（pp. 60-83；4上），面積のはかり方と表し方（pp. 12-29　4下），直方体と立方体（pp. 90. 102；4下）
5	直方体や立方体の体積（pp. 14-29；5上），合同な図形（pp. 66-77；5上），図形の角（pp. 20-31；5下），四角形と三角形の面積（pp. 32-53；5下），正多角形と円周の長さ（pp. 78-91；5下），角柱と円柱（pp. 102-111；5下）
6	対称な図形（pp. 6-20），円の面積（pp. 22-35），角柱と円柱の体積（pp. 74-80），およその面積や体積（pp. 81-83），拡大図と縮図（pp. 96-106）

これらの単元においては，3つのカテゴリーの問題が記述されている。単元冒頭にある，いわゆる導入問題(啓林館は若葉マーク，東京書籍は記号なし)。新しい知識を構成する事を意図した問題(啓林館は問題番号を○で，東京書籍は□または☆でそれぞれ囲ったもの)。知識の定着を図るいわゆる演習問題(啓林館は問題番号を○で，東京書籍は△でそれぞれ囲ったもの）である。これらの内，演習問題を分析の対象から外し，残り2つのカテゴリーの問題を分析した。これは，演習問題が記憶と定着のために記述されていること，一般的に授業で全てを扱うわけではないこと等が理由である。また，問題によって，複数の解決や正当化の方法が提示されている場合もあり，そのような場合は，共通のTを持つ複数の（例えば図4ならアとイの2つの）プラクセオロジーとして扱う。

また，実践部は目に見えるため一意に特定が可能であるが，理論部は必ずしもそうではない。例えば，図7は正三角形の内角の和に関わるプラクセオロジーの記述である。

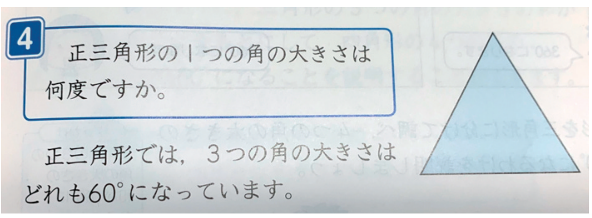

図6　τと理論部が明記されていない場合（清水ほか，2015（5），p. 81）

我々はこのプラクセオロジーにおける理論部を，τも理論部も記載されていないにも関わらず「Ⅳ：演算」としている。なぜならば，この１つ前のページで三角形の内角の和が180°であることを学習し，同ページの問３では計算によってある三角形の内角の大きさを求めている。従って，文脈上180÷３＝60として正当化されることが期待されている，と我々が解釈した。これは，プラクセオロジーが純粋に知識の観方であり，従ってプラクセオロジーを決定する特定の基準を持たないためである。そのため，人によっては，例えば測定を意図していると考える可能性も否定できない(1)。ここは我々の選択した枠組みの限界であり，全てのプラクセオロジーについて，前後の記述を基に合理的と考えられるものを我々が解釈している。このような，教科書におけるプラクセオロジーの特定方法は，例えば Solomon and Øyvind (2019)にも見られる。研究者によって特定されたプラクセオロジーは，特に学習者によるプラクセオロジーと一致するとは限らないものの，それでもそれぞれの institution における一定の傾向を明らかにし，比較を可能にすることが期待される。

Ⅳ．結果と考察

１．分析の結果

分析の結果は表３と表４の通りである。また，その割合をグラフ化したものが図７と図８である。詳細なデータは本稿末尾に付している。

表３　啓林館の分析結果

カテゴリー	学年 1	2	3	4	5	6
Ⅰ：経験	2	17	12	21	40	32
Ⅱ：測定	0	2	6	23	16	10
Ⅲ：性質	0	2	3	21	45	22
Ⅳ：演算	0	0	0	20	22	11
Ｘ：活動	5	4	5	9	11	4
合計	7	25	26	94	134	79

表４　東京書籍の分析結果

カテゴリー	学年 1	2	3	4	5	6
Ⅰ：経験	4	10	8	21	27	22
Ⅱ：測定	0	9	6	15	12	18
Ⅲ：性質	0	4	7	14	23	11
Ⅳ：演算	0	0	0	7	12	4
Ｘ：活動	7	5	4	6	10	3
合計	11	28	25	63	84	58

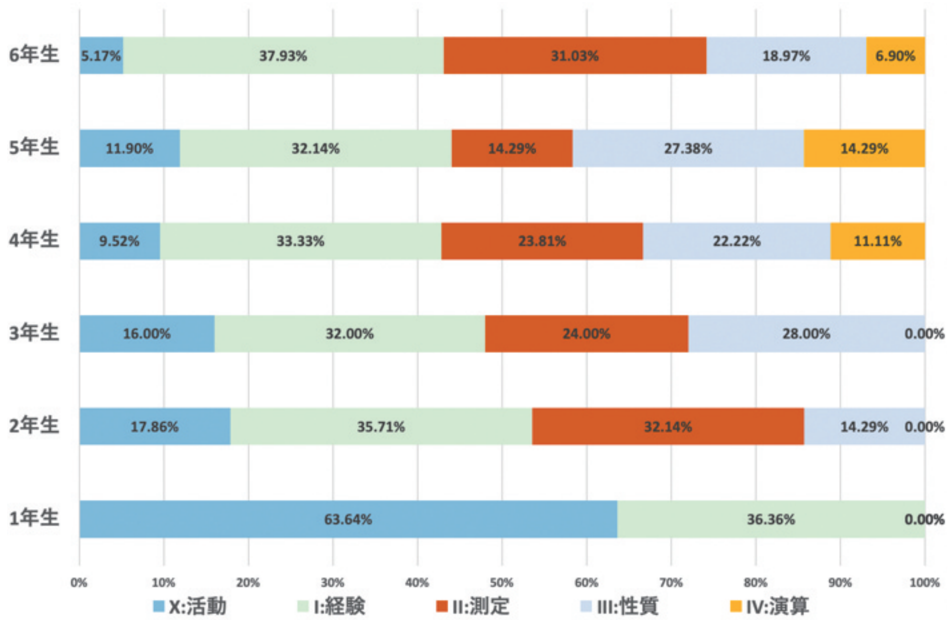

図７　啓林館の分析結果の割合を示すグラフ

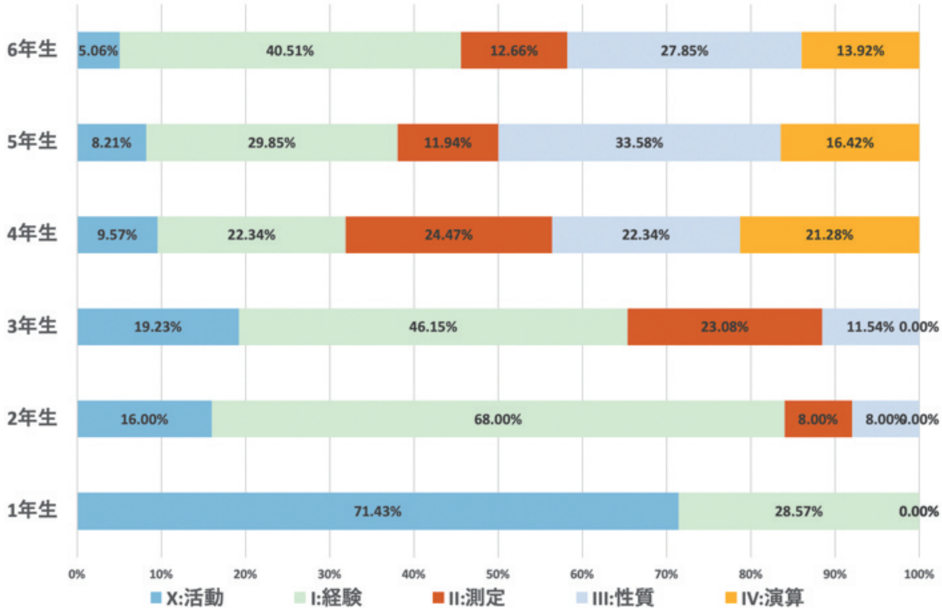

図８　東京書籍の分析結果の割合を示すグラフ

２．結果の考察

両社ともに同じ傾向の結果が出ており，１年生から５年生の間は，基本認識論モデルに合致する結果となっている。即ち，Ⅰ・Ⅱ・Ⅹの「具体的な水準」の知識は，低学年の内は大半を占め，学年が進むにつれてその割合が減じ，代わりにⅢ・Ⅳの「論理的な水準」の知識が増えている。一方で，５年生と６年生の間は必ずしもそうでは無い。東京書籍に関しては僅差ではあるものの，「具体的な水準」の知識が占める割合は，この間にむしろ増加に転じているのである。我々の基本認識モデルからすると，特に小学校最後の段階であることを考えれば，「具体的な水準」の知識が明確に減ることが「幾何概念の発達」にとって望ましい。

この原因となる条件と制約は何か，ということを考えたとき，両社ともに同じ傾向にあることが注目される。即ち，このような知識の在り方を決定付けている条件と制約は，それぞれの会社の固有性(例えば著者の人選や，会社による編集方針といった）よりも，むしろ両社に共通する条件と制約であると考えられる。

そこで注目されるのが，単元ごとのプラクセオロジーである。啓林館の場合，６年生でⅠの64%（14／22）とⅡの33%（６／18）を「対称な図形」が占め，次いで「図形の拡大と縮小」がⅠの18%（４／22）とⅡの44%（８／18）を占めた。同様に，東京書籍の場合，６年生でⅠの56%（18／32）とⅡの60%（４／10）を「対称な図形」が占め，次いで「拡大図と縮図」はⅠの12%（４／32）とⅡの40%（４／10）を占めた。ただし東京書籍の「拡大図と縮図」のⅠの割合は，他の単元とほぼ同じ水準である。啓林館６年生のプラクセオロジーの合計が79，東京書籍が同じく136であったことを考えると，この２つの単元におけるⅠとⅡの割合は突出している。両社ともにこのような記述になっている理由は，この２つの単元の位置付けに関する条件と制約であると考えられる。即ち，６年生の「対称な図形」で点対称・線対称の概念を初めて学ぶよう学習指導要領が定めているために，対称な図形を測定したり，動かしたりしなければならないという条件と制約が働いていると考えられるのである。同様に，拡大図・縮図も６年生で初めて学ぶため，やはり拡大・縮小前後の図を測定したり，重ねてみたりしなければならないという条件と制約が働いていると考えられるのである。分析結果にはほとんど影響を与えていないが，「およその形」もその単元特性上「Ⅰ：経験」が多くなっている（啓林館ではこの単元におけるプラクセオロジーが全部で３，東京書籍では全部で４と，僅かである)。この単元では，例えば琵琶湖の形を大凡三角形と見立てる，といったことを行っており，経験的にならざるを得ないといえよう。

この結果が我々にもたらす教育的示唆は，６年生のカリキュラムについての再考が必要だということである。例えば，問題点の原因となっている単元を他の学年に移すか，分割して経験的な部分をより下位の学年で取り扱うか，他の単元で「論理的な水準」にある知識をもっと増やす，といった手段が考えられる。また，別の観方をすれば，そもそも６年生の段階でも経験的に図形を扱うことが多いという，カリキュラム全体が適切であるかを評価することも視野に入るであろう。

Ⅴ．結語に変えて

本稿においては，ATD を理論的枠組みとし，教授学的転置とプラクセオロジーの概念を用い，教科書をカリキュラムとみなし，分析した。その結果，１～５年生の間は「幾何概念の発達」に即していたが，６年生について課題があることを指摘した。その原因は「対称な図形」と「拡大図・縮図」の単元にあることが，単元ごとのプラクセオロジー分析の結果より示唆された。本稿の新規性は，こうした課題を特定したこと，そのための具体的な方法を開発したことである。

今後の課題として，他社の教科書や現行の学習指導要領下で最終的に発刊される教科書の分析を行うことが重要であろう。ATD を用いる有用性の一つは，異なる institution の比較を可能にすることにある。今回の結果を，例えば教師，子ども，教科書著者，諸外国といった institution と比較することで，我が国の小学校算数における幾何学的知識のあり方を，全体として明らかにすることも重要である。また，我々の方法は，たとえ全社を分析したとしても，準拠する ATD がそうであるように，質的な記述研究の方法である。従って，我々の理論的枠組みに準ずる課題が認められる。最も重要なのは，３節でも述べた様に各プラクセオロジーの理論部を特定する明確な基準がなく，我々の解釈に基づいているという点である。この点を解消する方法を今後確立することが，より確かな分析へと繋がる。演習問題の与える影響や，問題の質や位置付け（例えば単元冒頭の問題と末尾の問題といった）が与える影響は，今回の分析では考慮されていないが，なんらかの形で考察する必要が認められる。最後に，改善策を明確化するために，ATD と組み合わせが可能な，規範的な理論を探ることも課題である。

【註】

(1)こうした「教科書上の意図」を特定するためには，指導書を参照するべきであるという見解も考えられるが，これは本研究の目的・方法においては不適当である。第一の理由として，教科書は検定を受けている一方で指導書にはそのような制度がないことが挙げられる。即ち，指導書が実際の現場や指導に影響を与えていたとしても，制度上の裏付けがない本であり，本研究の分析対象である教えられるべき知識と見なす事はできない（むしろ，教えられた知識の一部と見なされる）。第二に，教科書の著者と指導書の著者が完全に一致していない場合があり，かつあるページの著者が指導書の当該箇所を記述していることは保証されていないことが挙げられる。換言すれば「ある著者の意図を別の著者が解釈した」ことが書かれている可能性を排除できない点が指摘される。第三に，最も本質的な理由として，ATD においては institution ごとに条件と制約が異なることが挙げられる。ここでは，少なくとも教科書（を執筆する人々）という institution と，指導書（を執筆する人々）という institution の２つが想定され，両者の条件と制約は明らかに異なる（例えば，前述した検定の有無は典型例である）。従って，そこにある知識（プラクセオロジー）のあり方は異なっているため，指導書を以って教科書の意図を特定することは，異なる institution に関わる諸条件と制約を無視することになり，不適切である。

【付記】

本稿の著者は株式会社新興出版啓林館の教科書執筆業務に携わっている。ただし，本論文中で扱った教科書の執筆には関与していない。

また，本論文は2019年のＩCMT３における学会発表(Hayata & Amori, 2019)を元に加筆し，作成されている

【引用・参考文献】

Bosch, M., & Gascón, J. Twenty-five years of the didactic transposition. *Buleetin of the International Commission on Mathematical Instruction, 58,* pp.51-65, 2006.

Bosch M., & Gascón, J. Introduction to the anthropological theory of the didactic(ATD).In: Bikner-Ahsbahs A., Prediger S. (eds). *Networking of theories as a research practice in mathematics education.* pp.67-83, 2014.

Chevallard,Y. *LaTransposition Didactique. Du savoir savant au savoir en seigné.* La Pensée Sauvage,1985(2 nd edition 1991)

藤井斉亮，石原直，市川伸一，榎本明彦，太田伸也，…渡邊公生．『新しい算数』（１年上下，２年上下，３年上

下，４年上下，５年上下，６年），東京書籍，2015.

Hayata, T. & Amori, S. Theory of geometrical thinking in elementary textbook: case study of Japan. *Proceedings of the Third International Conference of Mathematics Textbook Research and Development,* pp.191-196, 2019

影山和也.『数学教育における空間的思考の水準に関する研究』. 広島大学学位論文，2003.

国宗進.「中学校数学科での論証の指導：その意義と問題点」,『日本科学教育学会年会論文集』，18，pp. 75-76，1994.

松尾七重.「小学校算数科における新しい図形教育のあり方」.『鳥取大学数学教育研究』，５. 鳥取大学，2003.

宮崎樹夫.『学校数学における証明に関する研究：証明に至る段階に説明の水準を設定することを通して』. 筑波大学博士論文，1995.

清水静海，船越俊介，根上生也，寺垣内政一，青山和裕，飯島康之，…渡辺美智子.『わくわく算数』（１年，２年上下，３年上下，４年上下，５年，６年），新興出版啓林館，2015

Solomon A. T. & Øyvind A. L. A Comparative Study of Norwegian and Ethiopian Textbooks: The Case of Relations and Functions Using Anthropological Theory of Didactics (ATD). *Universal Journal of Educational Research,* 7(3), 754-765, 2019.

van Hiele, P. M., & van Hiele-Geldof, D. A method of initiation into geometry at secondary schools. In H. Freudenthal(Ed.), *Report on methods of initiation into geometry,* Qolters, pp.67-80, 1958.

渡辺敦司.「19年度小学校教科書採択状況 — 文科省まとめ」.『内外教育2019年１月25日号』，時事通信社，pp. 8-10，2019.

付録１．啓林館教科書の分析結果

以下，あるページの結果は上から順に，左右にプラクセオロジーが並んだ場合は左から順に記載した。理論部の番号１～４は本文中のカテゴリーⅠ～Ⅳに，０はカテゴリーXにそれぞれ対応する

１年生

単元	ページ	理論部
いろいろなかたち	上−30	0
	上−32	0
	上−33	0
		1
	上−34	1
	上−35	0
かたちづくり	上−96	0
	上−97	1
	上−98	1
	上−99	0
	上−100	0

２年生

単元	ページ	理論部
三角形と四角形	下−40	0
	下−41	0
	下−43	3
	下−44	1
		1
	下−46	1
		2
	下−47	2
		2
	下−48	2
		2
	下−50	1
	下−51	2
		2
		2
	下−52	1
		3
	下−53	0
はこの形	下−92	2
		1
	下−93	0
	下−94	1
		1
		1
	下−95	1
		0
	下−96	3
		3

３年生

単元	ページ	理論部
円と球	上−35	0
	上−36	1
		3
	上−37	2
	上−38	1
		2
	上−39	1
	上−40	2
	上−41	1
		1
三角形	下−2	0
	下−3	0
	下−4	3
	下−5	2
		3
	下−6	3
		3
		3
		1
	下−8	2
		2
	下−10	1
		1
	下−11	3
		0

４年生

単元	ページ	理論部
垂直・平行と四角形	上−62	0
		1
		2
	上−63	2
	上−64	1
	上−65	2
		2
	上−66	3
	上−67	3
	上−68	3
	上−69	2
		3
	上−70	1
		2
	上−72	2
	上−73	3
	上−74	2
		2
	上−75	2
		2
	上−76	3
		3
	上−77	0
		2
		3
面積	下−2	1
	下−3	1
		3
	下−4	3
	下−6	4
	下−7	4
	下−8	1
		1
	下−9	4
	下−10	4
	下−11	4
		3
	下−12	0
		0
	下−13	3
		4
	下−14	4
直方体と立方体	下−88	0
		1
	下−91	1
		1
	下−92	1
		0
	下−93	1
	下−94	1
		1
		2
		1
	下−95	1
		1
		2

		1
	下-96	1
		1
		2
		1
	下-98	3
	下-100	3

5年生

単元	ページ	理論部
体積	16	0
	17	2
	18	3
		3
	20	3
		4
	21	3
		3
	22	0
		2
	24	3
		3
	25	4
		4
		4
合同な図形	71	1
		1
	72	1
		1
	74	2
	75	2
		2
	76-77	1
	78	2
	79	0
		1
		1
	80	2
		1
		2
	81	4
		4
	82	2
		1
		3
	83	3
面積	118	3
		3
	120	3
		1
	121	1
		1
		1
	122	3
		4
	123	2
	124	0
		3
	125	1
		1
		1
		0
	126	3
		4
	127	1
		1
	128	3
		1
	129	3
		1
円と正多角形	188	0
	189	1
	190	3
	191	3
	192	0
	193	1
		3
	194	2
		2
	196	4
		4
	197	3
		4
		4
角柱と円柱	201	1
		0
	202	1
		1
	204	0
		0
	205	1
		3
	206	1
		3

6 年生

単元	ページ	理論部
対称な図形	10	0
	11	1
		1
	12	1
		1
	13	1
	14	2
		2
		2
	15	3
	16	1
		1
	17	1
	18	2
		2
		2
	19	3

	20	1
		1
	21	1
	22	1
		0
		1
	23	1
円の面積	66	3
	67	3
	68	2
		2
	69	2
		2
	70	1
	71	3
	72	3
		3
	73	4
		4
図形の拡	100	0
	101	1

大と縮小		1
	102	1
		2
	103	2
	104	2
	105	2
	106	1
	107	3
	108	2
		2
	111	2
		2
立体の体積	154	3
		4
	155	3
	156	3
	157	1
およその形と大きさ	160	1
		4
	162	1

付録 2. 東京書籍教科書の分析結果（書き方は付録 1 に準ずる）

1 年生

単元	ページ	理論部
かたちあそび	下-12	0
	下-14	1
	下-15	0
かたちづくり	下-64	0
	下-65	1
	下-66	0
	下-67	0

2 年生

単元	ページ	理論部
長方形と正方形	上-98	0
	上-99	0
	上-100	1
		1
		1
	上-101	1
	上-102	1
	上-103	1
		1
	上-104	1
	上-105	2

		1
	上-106	1
		3
		3
はこの形	下-88	0
	下-89	2
	下-90	1
		1
		1
		0
	下-91	1
	下-92	1
		1
		1

3 年生

単元	ページ	理論部
円と球	下-34	0
		1
		0
		0
	下-36	1
		2

	下-38	1
		2
		1
		1
三角形と角		1
	下-82	0
	下-83	0
	下-84	3
	下-85	1
		2
	下-86	3
		2
	下-87	2
		3
		2
	下-88	1
		1
	下-89	1
		1
	下-90	1

4 年生

単元	ページ	理論部

角の大きさ	上-20	1
	上-21	1
		1
	上-22	1
		1
	上-23	2
		0
	上-24	2
		2
		2
	上-27	0
		2
		2
		3
	上-28	2
		2
	上-31	4
		0
	上-32	3
		0
		3
垂直・平行と四角形	上-60	0
	上-61	3
	上-62	3
	上-63	2
	上-64	3
		3
		3
	上-65	2
	上-66	2
	上-68	3
		3
	上-70	2
		2
	上-71	3
	上-73	2
	上-74	3
		3
	上-75	2
		2
	上-78	2
		2
	上-79	2
	上-80	1
		1
		1
		1
		1
		1

面積のはかり方と表し方	下-12	0
	下-13	1
	下-14	4
		4
		4
	下-15	4
	下-16	4
	下-17	4
		4
		4
	下-19	3
	下-20	3
		3
		1
		0
	下-24	4
		3
	下-25	4
	下-26	4
		4
	下-27	4
		4
直方体と立方体	下-90	0
	下-91	0
	下-92	1
		3
	下-93	1
		1
		1
	下-94	1
		1
	下-95	1
	下-96	3
	下-97	3
		3
		2
		2
	下-98	2
		2
	下-99	1
	下-100	4
		4
		4
	下-101	4
		4

5年生

単元	ページ	理論部
直方体や	上-14	1
立方体の体積	上-16	4
		4
	上-17	4
		4
	上-19	3
	上-20	3
		3
		3
		0
	上-24	4
		4
		4
	上-25	3
		4
		3
	上-26	3
合同な図形	上-66	1
		1
	上-68	1
		1
	上-69	2
	上-70	1
		1
	上-71	1
	上-72	3
		3
	上-73	3
	上-74	1
		2
		0
図形の角	下-20	3
	下-21	2
		2
	下-22	1
		2
	下-23	3
	下-24	3
		3
		3
		0
	下-28	3
		3
	下-29	1
	下-30	0
三角形と四角形の面積	下-32	3
	下-34	1
		1
		1
	下-35	1

		4
	下-37	1
		3
		1
		2
		4
	下-38	3
	下-40	3
		1
		1
		4
	下-41	3
		4
	下-43	1
		3
		1
		2
		4
	下-44	3
	下-45	1
		1
		3
	下-46	4
		3
		3
		1
	下-47	4
	下-48	3
		1
		1
		4
		1
	下-49	1
	下-50	3
		4
		3
		3
正多角形と円周の長さ	下-78	0
	下-79	0
		2
		2
	下-80	2
		2
		0
		3
	下-81	2
		1
		4
		2
	下-82	3
		3
		3
		3
	下-84	2
		3
		3
		2
	下-85	2
		4
	下-86	3
	下-88	3
		4
		4
		3
角柱と円柱	下-102	0
	下-103	0
	下-104	1
		1
		1
		1
		1
	下-105	3
		3
		1
		1
		1

6年生

単元	ページ	理論部
対称な図形	6	1
	7	1
	8	1
		1
		1
	9	2
		2
		2
	10	3
	11	3
	12	1
		1
	13	1
		2
	14	1
		2
		2
		3
	15	3
	16	1
		1
		1
		0
		3
		1
	17	1
		1
		1
		1
		0
		1
円の面積	22	3
	23	4
	24	1
	25	1
		0
	26	1
		1
		3
	27	4
	29	3
		3
	30	3
		3
		3
		0
角柱と円柱の体積	74	3
	75	3
		4
		3
	76	3
		1
		1
	78	1
		1
	79	3
		4
		4
およその面積や体積	81	1
		4
	83	1
		4
拡大図と縮図	96	1
	97	1
	98	1
	100	3
		2
	101	1

	102	3
		3
	103	3
		2
		4
		2
		4
	104	3
	105	2
		4
		4

The character of geometrical knowledge to be taught in mathematics textbook for Japanese elementary school

HAYATA Toru

Students begin to learn geometry based on their own experiences and concrete shapes. However, they eventually must depart from this foundation and develop geometric thinking. Textbooks should be helping students along this process. To this end, we examine whether Japanese elementary school (Grades 1.6) textbooks provide an appropriate foundation for developing students' geometric thinking. Through an original quasi-quantitative or qualitative analysis based on the theory of praxeology, we determine that while first-through fifth-grade textbooks do provide a solid background for developing geometric thinking, fifth-through sixth-grade textbooks do not.