

## 数学を学び続ける生徒を支える授業に関する研究

—問題づくりを題材として—

林 駿\*, 阿部 侑亮\*, 今村 優里\*, 久米 史織\*  
阪下 健太\*, 高城 遼\*, 田口 智也\*, 中村 健太\*  
平野友里恵\*, 秋田 美代\*\*, 佐伯 昭彦\*\*

(キーワード：学び続ける, 問題づくり, 生きる力)

### 1. はじめに

文部科学省は2013年に日本の教育行政の総合的な計画として第二期教育振興基本計画を掲げている。この計画の前文では「一人一人が生涯にわたって能動的に学び続け、必要とする様々な力を養い、その成果を社会に生かしていくことが可能な生涯学習社会を目指していく必要がある。」と記述されており、能動的に学び続けることの重要性が言われている。学校教育において、生徒が学び続けられるように支えることは、生涯にわたって能動的に学び続けることの素地をつくることになる。

そこで、本研究では、数学を学び続けるために必要な要素を基に、数学を学び続ける生徒を支える授業を構築することを目的とする。

### 2. 数学を学び続けることについて

#### (1) 数学の問題の必要性について

2013年に公示された第二期教育振興基本計画では「社会を生き抜く力の養成」が基本的方向性として挙げられている。そして、「社会を生き抜く力の養成」を達成するために、特に幼稚園から高等学校までのすべての教育段階で「生きる力の確実な育成」が目標とされている。ここで生きる力とは「基礎基本を確実に身に付け、いかに社会が変化しようと、自ら課題を見つけ、自ら学び、自ら考え、主体的に判断し、行動し、よりよく問題を解決する資質や能力」である。また、「生きる力の確実な育成」については生涯にわたる学習の基礎となる「自ら学び、考え、行動する力」などを確実に育てることであるとされている。中学校の数学の授業においても学び続ける生徒を支えるための手立てを打つことが大切である。

竹内(1984)は「数学の学習が成立する前提条件として、問題がなければならぬ」と述べている。数学の問

題に取り組むことで生徒は思考し、学ぶことができる。生徒が授業の中でどのような問題に取り組んでいるかを明確にするために、図1のように数学の問題を分類する。問題には与えられる問題と与えられない問題があり、また、生徒が解決方法を知っている問題と解決方法を見つける問題がある。そして、その組み合わせにより四つに分類できる。

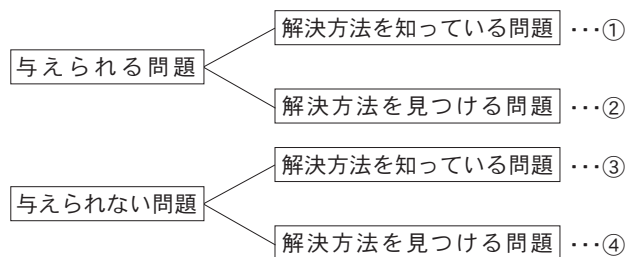


図1 問題の分類

図1の①の問題は教員が与える問題で、生徒が解決方法を知っている問題である。数学の授業において、この問題は例題等を行った後で行われる演習問題が当てはまり、生徒は何度も取り組む問題といえる。また、②の問題は教員が与える問題で、生徒が解決方法を見つける問題である。数学の授業では、問題解決型の学習で取り組む問題といえ、この問題も数学の授業で扱われている。③の問題は誰にも与えられない問題で生徒が解決方法を知っている問題である。この問題はあまり数学の授業で扱われていないが、与えられた問題を変化させて行う問題づくりなどで少しは授業に取り入れられている。④の問題のように誰にも与えられず、生徒が見つかる問題で、生徒がその解決方法を見つける必要のある問題はほとんど数学の授業では見られない。

学校数学では多くの場合、生徒は①、②のような問題に取り組むため、問題は生徒にとって与えられるものとなっている。しかし、生徒が生きる力を獲得するために

\*鳴門教育大学大学院自然系コース(数学)

\*\*鳴門教育大学自然・生活系教育部

は、自ら課題を見つけ、それを解決していくことが必要である。

したがって、学校数学ではほとんど扱われていない、図1の④の問題である、生徒が見つかる問題で、その解決方法を見つける必要のある問題を生徒に取り組みさせることは重要である。

### (2) 数学の学びの特性について

数学は系統性の強い教科であり、学習内容同士の関連を理解していなければ自分で新しい知識をつくることは困難である。生徒が自立的に数学を学んでいくには、どのように学習すれば新しい知識を生みだしたり、問題解決の方法を見つけたりできるかを生徒自身が理解することが重要である。

数学は学習内容に既習の知識を関連付けて、学んでいく科目である。秋田(2015)は「算数・数学の学習においては、図2に示すような公理に基づく手法によって新たな知識が創られる」としている。数学を学び続ける生徒を支えるためには、数学の学習が学習対象と既習の知識を関連付けることで成り立っていると気付かせることが重要である。

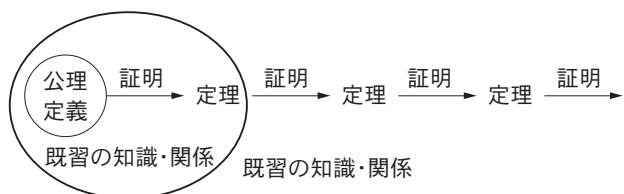


図2 数学の研究・学習における公理に基づく手法

生徒が数学の学習の中や日常生活の中で既習の学習内容と関連付けられる事柄を自分で見つけられれば、数学に自立的に取り組むことができる機会は増えると考えられる。知っているものがなければ、それを問題とすることもできない。松原(1977)は「未経験のものには、はじめから目を向けることができるはずはない」と述べている。対象に既習の知識を関連付けることで、それを知覚し、課題の発見がしやすくなる。

既習の知識と関連付けることによって課題を発見すること、つまり、数学の授業においては与えられない問題を自ら見つけることにより、取り組む問題の幅が広がり、解決方法の知らない問題に挑戦する機会も増える。また、解決方法の知らない問題に対して既習の知識を関連付けることは、その問題の解決方法を見つけるためにも重要である。既習の知識を増やすために新しい知識を創る過程においても既習の知識と関連付けることは重要である。よって、数学を学び続けるためには生徒がある事柄に対して既習の知識を関連付けるということを意識する必要がある。

### (3) 数学を学び続ける生徒を支える授業について

数学を学び続ける生徒を支えるためには、自ら課題を見つけ、その課題を解決していく力を伸ばすことが重要である。(1)で述べたように、学校数学において、図1の④の問題である、生徒が見つかる問題で、その解決方法を見つける必要のある問題に生徒が取り組むことは生きる力を育むうえで意義がある。よって、生徒が見つかる問題で、その解決方法を見つける必要のある問題を生徒に取り組みさせ、問題を見つける過程や解決方法を見つける過程で既習の知識と関連付けることを意識させることで生徒の学び続ける力を高めることが可能であると考えられる。既習の知識を様々な事柄に関連付けることを意識させることは、自立的に数学の新しい知識を創る力や問題を見つける力、問題の解決方法を見つける力を伸ばすことをねらいとする。

しかし、何も与えずに生徒が解決方法を知らない問題を見つけることは難しい。よって、多少でも生徒が経験のある図1の③の問題で扱われているような問題づくりを教材として、生徒が解決方法を見つける必要のある問題を生徒に見つけさせることは有効であると考えられる。

また、生徒が問題を見つけるためや、その解決方法を見つけるために用いる既習の知識は生徒が自ら選択することが望ましいが、生徒が自ら見つける問題で、その解決方法を見つける必要のある問題に取り組むことに慣れていない段階では教科書などの参考にしてできる資料を教員が準備し、活動を補助していく必要がある。

### (4) 授業の開発について

本研究では「数学の既習の知識を関連付けて、生徒が見つかる問題で、その解決方法を見つける必要のある問題に取り組む授業」を開発し、実践する。特に今回は、生徒が数学の授業で与えられない問題に取り組むことが少ないという現状と、実践授業を行う時間が50分しかないことから、日常と既習の知識を関連付けて解決方法を見つける必要のある問題を見つけるということを重視して授業開発を行う。

今回は問題づくりを教材として授業を開発する。澤田(1995)によれば問題づくりは「与えられた一つの問題(この問題を原問題または原題と呼ぶ)から出発し、その問題の構成要素を類似な物やより一般的な物に置き換えるなどして、新しい問題をつくり、子ども自ら解決しようとする主体的な学習活動」としている。これは、既習の知識を他の対象に関連付けて新しい問題を見つける活動といえる。

通常、授業でよく取り込まれる問題づくりの場合は原題となる問題を教員が提示し、その原題を解決した後で、その問題を変化させることにより生徒が問題を作っていく。このとき、多くの場合、原題となる問題と同様の解

決方法で解決できる問題となり、作った問題は生徒が見つけ、解決方法も見つける必要のある問題とならない。したがって、図1の④の問題である、生徒が見つける問題で、その解決方法を見つめる必要のある問題となるように、一つの原題となる問題を与えるのではなく場面だけを与えることにする。本実践では「ゴーカート」という場面を与え、生徒のつくる問題が解決方法を見つめる必要のある問題となるよう工夫する。場面をゴーカートとするのは、例えば、ゴーカートの走る速さや道のり、時間に注目すれば、方程式や関数についての問題を、ゴーカートの走るコースやゴーカートの外形に注目すれば図形についての問題を、ゴーカートに乗る人やゴーカートレースに注目すれば確率についての問題を、それぞれ作成でき、多様に考えることが期待できるからである。

与えられる原題がないため、この問題づくりは生徒にとって簡単でないことが予想される。そこで、生徒には1年次から3年次の数学の教科書を用意させ、教科書の問題とほとんど同じ問題を例題として提示する。そして、提示した例題が教科書の問題を用いて作ったことを伝え、教科書内の問題を原題としての問題づくりを促す。これは単なる生徒の補助ではなく、教科書に注目させることで今回の問題づくりが日常と数学の既習の知識を関連付ける活動であるということに気付かせるというねらいがある。

しかし、これでは知っている問題をそのまま場面に関連付けて、解決方法を知っている問題をつくる可能性がある。よって、「難しい問題をつくろう」、や「面白い問題をつくろう」といったテーマを与え、知っている数学の問題をただゴーカートという場面に関連付けるだけでなく、さらなる工夫を促し、解決方法を見つめる必要のある問題をつくるよう促す。

### 3. 調査方法と分析方法

#### (1) 調査対象など

実践は2015年12月7日に行う。対象は鳴門教育大学附属中学校3年生の2クラス74名である。実践の結果はワークシートおよび授業の難易度や問題の工夫点、授業の感想を記述させたアンケートによって分析する。

#### (2) 実践内容

授業は1クラスずつ内容を少し変えて行う。行った順にそれぞれ【授業Ⅰ】、【授業Ⅱ】とする。二つの授業の違いは問題づくりを行うときの工夫を促す発問と、個人の活動を行わせるときの発問である。授業の流れは次の通りである。

##### 【授業Ⅰ】

目的意識を持たせるために、数学の問題集をつくることを本時の目標として説明する。問題づくりを行わせる

場面としてゴーカートを与えるが、生徒にとってあまり取り組んだことのない活動であるため、ゴーカートに関する下記の例題を提示する。

##### 例題

としき君とだいち君がゴーカートでレースをしました。始めにとしき君が400m/分で出発しました。2分後に、だいち君が500m/分で追いかけてきました。だいち君は出発してから何分後にとしき君に追いつくでしょう。

この時、既習の内容を使って問題づくりを行えることに気付かせることを意図して、「例題をつくる時に、中学校1年生の教科書p90『方程式の利用』例題3を使ったよ」というような説明をする。また、例題を原題とした問題づくりではなく、生徒が解決方法を見つめる必要のある問題をつくるように、「入試で役立つような問題をつくろう」と、さらに、様々な問題がつくられるように「速さ以外の問題をつくろう」と指示する。

問題づくりはまず個人で行わせ、その後、班で行わせる。個人の活動は、問題のアイデアを考えるだけでもいいこととする。これは、場面から数学の問題を見つめるという活動に生徒は慣れていないのでいきなり問題をつくることは難しいと考えたための配慮である。

その後、班でつくった問題について、どの単元の問題をどのように設定した場面に適用したのかを発表させ、より多くの班の意見を共有し、一つの題材から、与えられた場面と様々な数学の既習の知識を関連付けることができることを実感させる。

最後に、既習の内容を使って問題をつくったということ意識させるまとめを行い、授業後アンケートを行う。

##### 【授業Ⅱ】

授業の流れは【授業Ⅰ】と同様であるが、例題を提示し問題づくりに入る際、生徒が解決方法を見つめる必要のある問題をつくるよう促すために、「面白い問題をつくろう」という指示を行う。また、様々な問題がつけられることを意図して、「先生が例題で考えた方程式の問題のほかに、図形や確率の問題をつくれなにか」と単元を意識させる指示を行う。個人の活動では、アイデアを考えるだけでなく、問題づくりを行わせる。

### 4. 結果の分析と考察

#### (1) 問題づくりの活動について

個人での活動においては、教員が例題で教科書を使うことを強調したが、教科書を使わずに考えている生徒が多く、問題のアイデアも考えられていない生徒が見られたため、活動中に教科書を使うことを呼びかけた。アドバイスに従い、教科書を参考に問題をつくり始めた生徒も見られた。また、【授業Ⅰ】ではアイデアを考えるだけ



でもいいことを強調したため、個人で問題を完成させた生徒は38名中22名だった。【授業Ⅱ】では36名中32名であり、ほとんどの生徒が問題づくりに取り組んでいた。

【授業Ⅰ】、【授業Ⅱ】ともに、班での活動では問題のつくり方に二つのパターンが見られた。一つは、ゴーカートという場面から数学を関連付けられそうな事柄を見つけ、事柄を優先して問題づくりを行うパターンである。これをパターン①とする。もう一つはゴーカートという場面に関連付けられそうな問題を見つけ、問題を優先して問題づくりを行うパターンである。これをパターン②とする。

パターン①の場合は事柄を数学の問題に関連付けるため、現実的な問題となることが多かった。さらに、解決方法をまだ学んでいないような問題がつけられていた。パターン②の場合、すでに解決方法を知っている問題にゴーカートという場面に関連付けており、その知っている解決方法で解決できる問題ができることが多かった。また、無理やりゴーカートに関連付けている問題もあった。

これから考えるとパターン①のほうが、生徒が自ら見つける問題で、解決方法を見つける必要のある問題に取り組む活動になりやすいと考えられる。よって、問題づくりの手順を明確に示し、まず、数学の問題と関連付けられそうな事柄を探させ、それを基に班の活動で問題づくりを行わせるよう促すことで、パターン①のような問題づくりとなり、生徒が見つける問題で、その解決方法を見つける必要のある問題に取り組ませることができると考える。

(2) 問題と既習の知識の関連付けについて

まず、生徒が個人でつくった問題を基に考察する。未完成の問題も含めると74名中58名の生徒が個人用のワークシートに問題を書くことができていた。また、1年生から3年生の数学で習う様々な種類の単元内容を用いた問題が作られていた。生徒が個人で作った問題を、小学校の学習範囲の問題を除き、中学校の学習範囲で作られた問題で完成している問題を単元別に分け、それぞれ解答まで見つけられている問題を集計し、【授業Ⅰ】、

【授業Ⅱ】ごとに、表1、表2にまとめた。全く同じ問題があった場合は、一つの問題として集計した。

表1、表2によると、個人の問題づくりでは一次方程式の問題が多く作られたことがわかった。これは例題が一次方程式の問題だったことが関係していると考えられる。原題を提示しない問題づくりを行わせようとしたが、結果的に例題を原題として、それを変化させることによって例題に類似した解決方法を知っている問題をつくった生徒が13名みられた。例題を与えることは理解の進まな

表1 【授業Ⅰ】個人作成問題の単元分類

	一次方程式	空間図形	連立方程式	確率	二次関数 y=ax <sup>2</sup>	図形と相似	合計
完成問題	9	0	3	2	0	0	14
解答あり	7	0	1	1	0	0	9

表2 【授業Ⅱ】個人作成問題の単元分類

	一次方程式	空間図形	連立方程式	確率	二次関数 y=ax <sup>2</sup>	図形と相似	合計
完成問題	14	1	2	7	1	3	29
解答あり	12	0	2	3	1	1	20

い生徒には有効であるが、しかし、図1の③の問題の与えられない問題であるが生徒が解決方法を知っている問題がつくられる可能性が上がるので、例題とは違う問題をつくるよう指示する必要がある。しかし、例題とは似ているが数値を変えただけの問題は存在せず、ほとんどの生徒は新しい問題を見つけるという活動はできており、ゴーカートという場面に数学の既習の知識を関連付けることはできていたといえる。

また、【授業Ⅰ】と【授業Ⅱ】を比べると、個人の問題づくりでは【授業Ⅱ】のほうが多くの単元にわたって問題がつくられていた。これは、【授業Ⅱ】では、教員が「図形や確率の問題をつくれなにか」と呼びかけたことが影響したと考えられる。

次に、生徒が班でつくった問題を基に考察する。班で作成した問題には例題と類似した問題は見られなかった。そして、解決方法を見つける必要のある問題をつくることができている班もあった。図3に班でつくられた解決方法を見つける必要のある問題を示す。この班はパターン①の問題づくりを行っていた。ゴーカートの売り上げと乗員数に注目し、値段が増えるという関数的な考えと連立方程式の考えを合成したような問題をつくっていた。そして、つくった後に班で解決方法を考え、解答をつくっている様子が見られた。さらに、班活動の最後には「こつちを人数の式にして、もう一つを人数を使った式にしたら頑張ったらいろいろできる」といった生徒の発言が見られ、連立方程式を様々な事柄に関連付けられることに気づいていた。

(問題文)

大人は250円、子どもは100円のゴーカートがある。  
3分乗ごとに50円ずつ増えていく。  
ある日、大人と子どもが団体でゴーカートに乗りこまね。  
団体人数は20人だった。大人の半額は3人以上6未満。  
子どもは半額は3人以上6未満、半額は6人以上9未満。  
その他は9人以上12未満乗った。残り17人が320円の子供で乗った。  
14人が乗った。

図3 班でつくられた解決方法を見つける必要のある問題

しかし、いくつかの班では生徒が解決方法を知っている問題も見られた。図4に班でつくられた生徒が解決方法を知っている問題を示す。この班はパターン②の問題づくりを行い、相似の問題を優先して、その問題をゴーカートの外形に関連付けることで問題をつくっていた。場面から問題を見つけるということはできているが、できた問題の解決方法は教科書に載っている問題と同じであり、解決方法を見つける必要のある問題となっていない。また、外形を三角形にするといった無理のある問題設定となっている。

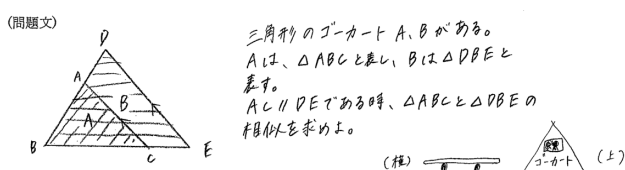


図4 班でつくられた解決方法を知っている問題

図3の問題をつくった班では授業のねらいにあった活動ができており、図4のほうでは既習の知識とゴーカートという場面を関連付けて問題を見つけることはできたが解決方法を知っている問題になってしまった。これは問題づくりに入るときの発問が影響していると思われる。図4は【授業Ⅱ】の班の問題であり、「図形や確率の問題はつくれないか」、「おもしろい問題をつくろう」という発問を受けて問題づくりを行った。そのため、この班は図形の問題ができた時点で問題づくりを終了していた。その後、数学に関係ない部分でおもしろい工夫をし、問題を発表するときの問題の工夫した点で「ゴーカートにソーラーパネルがついている」などといったことを挙げていた。

逆に図3は【授業Ⅰ】の班の問題で、この班は授業の最後まで班で話し合っ問題をつくったり、解決方法を見つけたりとといったねらいにあった活動に取り組んでいた。そして、数学の既習の知識に様々な事柄が関連付けられることにも気づいていた。よって、生徒がを見つけ、その解決方法を見つける必要のある問題に取り組ませることで日常の事柄に数学の既習の知識を関連付けられることを意識させることができたと考えられる。

生徒が見つかる問題で、その解決方法を見つける必要のある問題に取り組ませるためには、単純に単元に注目させるだけでなく工夫を促す必要がある。また、「おもしろい問題をつくろう」という発問を行う場合、おもしろい問題が数学の問題として解いてみておもしろい問題ということを伝える必要がある。また、机間指導でさらなる工夫を促すことも重要である。

また、解決方法を見つける必要のある問題をつくった場合、解決方法まで見つけられている問題は少なかった。

これは、今回の授業では問題を見つけることを重視したことが影響している。活動は問題を見つけることが中心となり、解決方法を全く書けていない生徒も多く、また、班でも書けていないところがあった。この授業で解決方法まで見つけさせるには問題をつくる時間と解答を考える時間を明確にわける必要があると考える。

### (3) 生徒の反応について

次に、アンケートを基に生徒がどのように問題づくりに取り組んだかを考察する。「問題づくりは難しかったですか」という質問に対して「難しかった」、「少し難しかった」と答えた生徒が74名中53名いた。生徒は図1の④の問題のような生徒が見つかる問題で、その解決方法を見つける必要のある問題に取り組んだ経験がほとんどないため、この授業での活動が生徒にとって容易でなかったことがわかる。生きる力を育成するためには、生徒が見つかる問題で、その解決方法を知らない問題に取り組む機会を増やし、自ら課題を見つけ、それを解決していくことに慣れる必要があると考える。

また、「難しかった」、「少し難しかった」と解答しながらも楽しかったという感想を記述していた生徒が53名中22名いた。図5に難しさを感じながらも楽しさを感じていた生徒の感想を示す。この生徒は自ら問題を見つけ、その解決方法を見つけていく過程に楽しさを感じている。生徒が自ら見つける問題で、その解決方法を見つける必要のある問題に取り組むことで、自ら課題を見つけ、それを解決していくことに親しみを感じさせることができると考える。

問題を作るのは難しいけど、それをどうにかして解くのが一からあるのは意外と楽しく思っています。

図5 活動の楽しさが見られる感想

図6にアンケートの「生徒が問題づくりで工夫したこと」の記入例を示す。この記述から、この生徒が問題づくりを場面と既習の知識を関連付けることで行っていることが読み取れ、この生徒には既習の知識と関連付けることを意識させることができた。しかし、このような記述をした生徒は74名中15名と少なかった。この原因の一つとしては、上で述べたように、今回の授業の活動が生徒にとって容易でなかったため、関連付けを意識させることまで至らなかったことが考えられる。

また、解決方法を知っている問題をつくっている場合、問題既習の知識との関連付けによって解決方法を見つける過程を体験できないため、対象に既習の知識を関連付けるということを意識する機会が減っていることも影響していると考えられる。

今までの習ったことをこのように活用することができ、現実でも活用したい。みんなにはお話を工夫したの。一発で「答えが」で「しょうが」で「はやく  
いろいろは ことを考えたうえで「答えが」で「しょうが」で「はやく

図6 問題づくりにおける生徒の工夫点

会誌 Vol.1, 2015, 29 – 39.

- ・松原元一, 「数学の見方考え方●子どもはどのように考えるか」, 国土社, 1977, p44.
- ・澤田利夫, 「中学校 数学科〔課題学習〕問題づくりの授業」, 東洋館出版, 1995, p8.

## 5. おわりに

本研究では、数学を学び続ける生徒を支えるために、「数学の既習の知識を関連付けて、生徒が見つかる問題で、その解決方法も見つける必要のある問題に取り組む授業」を開発し、実践した。

分析によると多くの生徒が与えた場面と数学の既習の知識を関連付けて問題をつくることができた。しかし、つくられた問題は生徒が解決方法を見つける必要のある問題となっていない問題も見られた。活動の手順を明確にし、また、工夫を促す発問を改善することでよりねらいにあった活動を促せると考える。

また、解決方法を見つける必要のある問題をつくった場合、解決方法まで見つけられていない生徒も見られた。今回の授業では問題を見つけることにより重点をおいたが、よりねらいにあった活動を行わせるには、問題を見つける時間と解決方法を見つける時間を明確にわけて授業を行う必要がある。

そして、生徒が自ら見つけ、その解決方法を見つける必要のある問題に取り組むことは生徒にとって難しいことであることがわかり、生きる力を育成するために、今回のような活動を繰り返し、自ら課題を見つけ、それを解決していくことに慣れる必要があると考える。

しかし、生徒が見つかる問題で、その解決方法を見つける必要のある問題に取り組むことができた班では、様々な事柄に既習の知識を関連付けられることに気付いていた。よって、生徒が見つかる問題で、その解決方法を見つける必要のある問題に生徒に取り組みせることで現実の事柄に数学の既習の知識を関連付けられることを意識させることができたと考える。

今後の課題としては、改善した授業を行い、自ら課題を見つけ、それを解決していく力が伸びているかを評価していくことが挙げられる。

## 参考文献

- ・文部科学省, 「第二期教育振興基本計画」, 2013.  
[http://www.mext.go.jp/a\\_menu/keikaku/detail/\\_icsFiles/afieldfile/2013/06/14/1336379\\_02\\_1.pdf](http://www.mext.go.jp/a_menu/keikaku/detail/_icsFiles/afieldfile/2013/06/14/1336379_02_1.pdf)
- ・竹内芳男, 「問題から問題へー問題の発展的な扱いによる算数・数学の授業改善ー」, 東洋館出版, 1984, p14.
- ・秋田美代, 「教科内容学を基にした教員教育の改善ー教科専門と教科教育の役割についてー」, 日本教科内容学