鳴門教育大学授業実践研究
－授業改善をめざして－
第18号　2019

２次曲線の定義を重視する指導の一方策
── 放物線の定義と標準形の理解を深める学習 ──

金児　正史*　，矢田　耕資**　，西條　武志***
笠江　由美****，吉田　晃弘*****，安原　誠******

（キーワード：２次曲線，放物線，紙を折る作業）

１．問題の所在

高等学校の数学の授業では，机上で思考実験していくことが圧倒的に多くなる。しかし，思考実験で２次曲線を理解するのは，生徒にとっては難しい。そのため，２次曲線の指導は知識を蓄積して問題が解けるようにすることに終始しがちで，扱いにくい単元である。第２筆者のこれまでの２次曲線の授業でも，教科書に書かれている定義をもとにそれぞれの標準形を指導した後，類題を解くことに終始していて，授業改善の見通しも立てづらかった。また，数学Ⅲで学ぶ２次曲線の定義と標準形が，生徒に関連性を持った知識として理解されていないことを感じていた。

筆者らは，徳島県立Ｋ高等学校で実施した，紙を折って放物線・楕円・双曲線といった２次曲線を見出す授業（以下，先行実践授業とする）を実践・参観した。先行実践授業は，紙を折ることで２次曲線が浮かび上がってくることを認識するとともに，それぞれの紙の折り方の特徴をとらえながら，２次曲線の定義を理解していく授業だった（笠江由美，金児正史，2017）。先行実践授業を通して，第２筆者は紙を折ることによって，生徒が２次曲線の定義を明確に認識できるようになることに気づかされた。常々，２次曲線の指導を改善したいと考えていたので，紙を折ることによる２次曲線の指導を，置籍校でも実践したいと考えた。しかし，先行実践授業と同様の指導ではなく，紙を折りながら，２次曲線の定義を駆使して標準形を導き出す授業が，第２筆者の置籍校では効果的だと判断した。そこで，２次曲線を一通り学習したのちに，紙を折ることで，改めて放物線の定義や標準形，準線の意味を捉えていくような授業を考えた。紙を折る作業が，生徒の思考を深める一助となり，生徒が２次曲線を魅力的に感じ，その理解も深められるのではないかと想定したからである。ただ，第２筆者の置籍校の生徒は，作業を伴う活動と机上の学習をつなぐ経験があまりないことから，両者をつなぐ活動を丁寧に行うことが必要になると考えた。そこで，紙を折る作業と机上の学習をつなぐことに時間を割いた学習指導案を作成することを心がけることにした。

筆者らは，校種を超えた教科を総合する研究会（以下，草の根クラブとする）に参加している。草の根クラブは，年々授業研究の場が激減している学校現場の状況を補完する研究会である。この研究会では，提案された教材や学習指導案を，異校種の理数科の教員が質問し，議論することで，提案者の独りよがりにならない，教材や学習指導案に修正・改善する機会になる。第２筆者は，草の根クラブで，放物線の授業（以下，本授業とする）の教材や学習指導案を提示し，草の根クラブでの議論を通して，よりよい教材や学習指導案に修正・改善し，本授業を実践しようと考えた。

２．本研究の目的

本研究の目的は以下の２点である。

・目的１：置籍校の生徒が，作業を伴う活動を通して数学的な考察を行うことで，２次曲線の定義を明確に認識し，標準形との関連性を理解できるかどうか明らかにする。

・目的２：第２筆者が作成した教材や学習指導案を吟味して本授業を行い，授業後に検討協議する，いわゆる授業研究を，草の根クラブを母体として行うことで，多様な視点を取り込んだ学習指導案やその修正案，ワークシートなどが作成されることを確かめる。

*鳴門教育大学　高度学校教育実践専攻（教職系）
**徳島県立阿波高等学校
***徳島県立徳島中央高等学校
****徳島県立小松島高等学校
*****徳島県立城東高等学校
******徳島県立脇町高等学校

3．先行実践授業で活用した教材の概要

第２筆者が本授業を実施するにあたって参考にした，先行実践授業でも活用した教材を，以下で概説する。折る作業に必要な紙は，コピー用紙と円の紙である。紙を折って２次曲線を見出す条件を示す。

⑴　**放物線**

長方形の紙ABCDの中央よりいずれかの辺に近いところに，任意に点Eをとる(図１)。次に，点Eに一番近い長方形の辺BCが，点Eに重なるように折る。また広げて長方形に戻し，辺BCが点Eに重なるように，場所を変えて何度も紙を折る。多くの折り線を長方形ABCDにつけると，放物線が見えてくる。

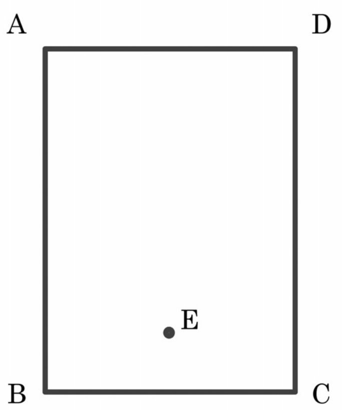


図１　放物線の折り方

⑵　**楕円**

円の紙の中心を点Gとし，円の内部に，中心G以外に任意に点Hをとる（図２)。次に，円周が点Hに重なるように折る。また広げて円Gに戻し，円周が点Hに重なるように，場所を変えて何度も紙を折る。多くの折り線を円Gにつけると，楕円が見えてくる。

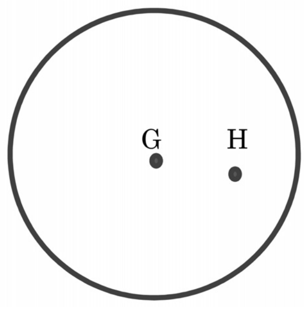


図２　楕円の折り方

⑶　**双曲線**

長方形の紙IJKLの中央より少しずらしたところに，任意の円Mをかく，次に円Mの外部に任意に点Nをとる（図３)。次に，点Nが，円Mの円周上に重なるように折る。また広げて長方形に戻し，点Nが，円Mの円周上に重なるように，場所を変えて何度も紙を折る。多くの折り目をつくると，双曲線が見えてくる。

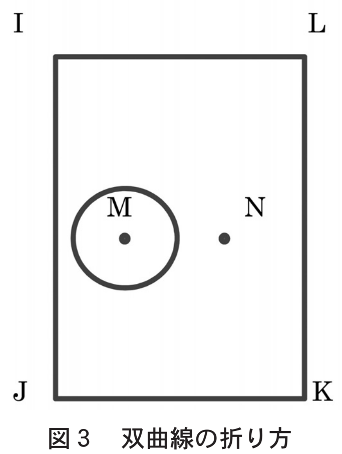


図３　双曲線の折り方

4. 本授業の概要

本研究の目的１を達成するために，高等学校の数学の指導に，紙を折る作業を伴う活動を組み込むことで，２次曲線の定義や標準形の式が表す意味及びそれらの関連性の理解を深めるための本授業を実施した。本授業の概要は，学習指導の流れに沿って，４ステップに分けて説明する。また，その概要をわかりやすく説明するために，ワークシート等を示し，生徒の反応例もいくつか示す。

＜授業対象＞

実 施 日：平成30年１月18日　第5，６限

対象生徒：徳島県立Ａ高等学校普通科２年（理系選択者25人）

授業目標：２次曲線を一通り学習したのちに，改めて放物線に焦点をあてて，紙を折ると放物線が見出されることを，数学的に分析・考察することで，２次曲線の定義や標準形，準線の意味及びそれらの関連性を理解する。

＜本授業の概要＞

ステップ１

１）１点が記されただけの用紙①（図４）を配布し，この定点に一番近い用紙の辺を，定点に重なるように何度も折るように指示する。なお，この作業の説明には，第２筆者自作のビデオを活用する。

２）ビデオで示した，紙を規則に従って折る作業を続けていくと，どのような図形が見えてくるか考えながら折るように指示する。

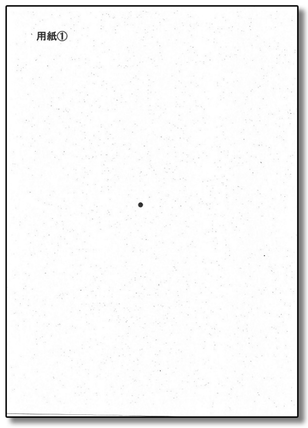
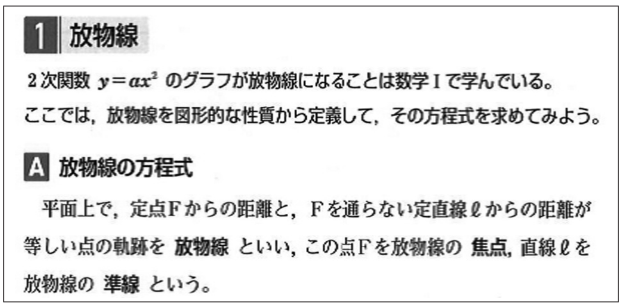


図４　用紙①

３）折って見える図形を観察しながら，生徒は曲線が見えることを確認する。

４）この曲線は放物線であること，用紙①の定点は放物線の焦点であることを伝える。そのうえで，準線はどこにあるか考えるように指示する。グループでの議論や教科書（図５）を参照することも促す。


1 放物線

2次関数 $y=ax^2$ のグラフが放物線になることは数学Ⅰで学んでいる。
ここでは，放物線を図形的な性質から定義して，その方程式を求めてみよう。

A 放物線の方程式

平面上で，定点Fからの距離と，Fを通らない定直線 ℓ からの距離が等しい点の軌跡を **放物線** といい，この点Fを放物線の **焦点**，直線 ℓ を放物線の **準線** という。

図５　放物線の定義（数研出版(2015)新編数学Ⅲ，p. 30)

5）準線が用紙①の左端の長辺であることを確認する。

ステップ２

6）用紙②（図６）を配布し，かかれている放物線に折り目が重なるように，何度も折ってみるように指示する。用紙②には，すでに準線がかいてあるので，準線を意識した折り方を考えるように指示する。折り方がわからない場合は，用紙①では用紙の左端の辺が準線だったことを助言する。

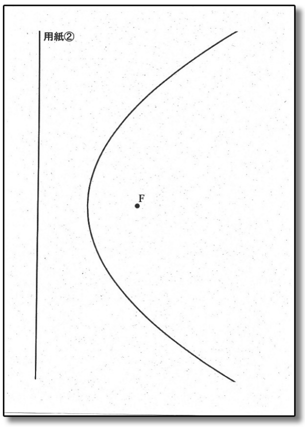


図６　用紙②

7）折り方が確認できた生徒には，用紙①と同様に，何度も折ってみるように指示する。

8）何度も折ったのちに，折り目と放物線の関係について考えるように指示する。そして，折り目が放物線の接線であることを発見できるように促す。

9）折り目が接線であれば，放物線との接点はどこにありそうか，問いかける。この段階ではおよその場所が指摘できるだけで十分とする。

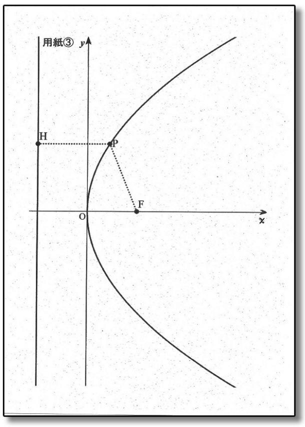


図７ａ　用紙③

10）用紙②の曲線が放物線であることは，どのように証明できるか考えるように指示する。証明を裏付ける方法として，定規やコンパスを使わずに，紙を折ることだけで見出せないか，問いかける。その上で，教科書の放物線の図を拡大した用紙③を配布する（図７ a)。そして，放物線上の点Ｐから焦点Ｆまでの距離と点Ｐから準線までの距離の間に，PF＝PHの関係があり，これが定義だったことを確認する。

11）用紙③の点Ｐが接点になるような接線，すなわち点Ｐを通る折り目のつくり方を考えるように指示する。そして，２点Ｆ，Ｈが重なるように紙を折ればその折り目が，点Ｐを接点とする接線になることの発見を促す。

12）用紙③の放物線上に，任意に点Ｑをとり，その点Ｑが接点となるように折り目をつけるためにはどうすればよいか考えるように指示する。そして，点Ｑから準線に垂線QH'をひく必要があることに気づけるようにし，紙を折って準線上に点H'を見つけ，H'と焦点Ｆが重なるように折ると，折り目が点Ｑを接点とする接線になることを確認する（図７ b)。

13）12）の作業を通して，QH'＝QFであることから，放物線の定義を満たしていることを確認する。

14）以上のことから，用紙③の曲線上に任意の点を取っても放物線の定義を満たすことから，用紙②の曲線は放物線であることがわかり，紙を折る作業ではあるが，証明の流れが判明したことを伝える。

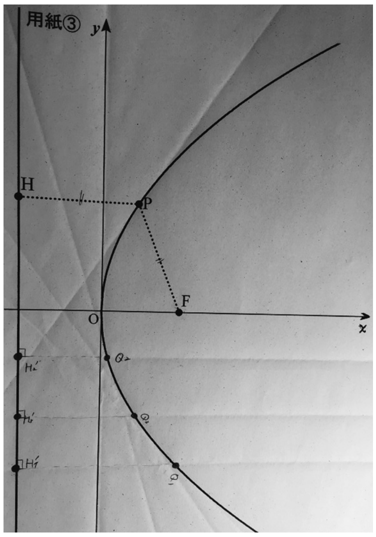


図７ｂ　用紙③の生徒の反応

ステップ３

15）用紙①と同じワークシートを用紙④として配布し，点が焦点，長方形の左端の長辺が準線だったことを確認する（図８ a)。

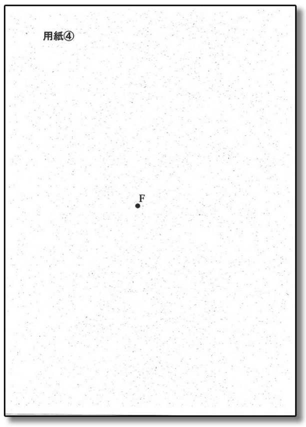


図８ａ　用紙④

16）用紙①の時と同じ作業をして，ただ１つだけ折り目をつけるように指示する。そして，折り目が放物線の接線であったことを確認し，折り目の上に接点を見つけるように指示する。そして，折り目をつけたときに焦点と重なる長方形の左端の長辺上の点が，接点から準線に下した垂線の足であることを知る。したがって，垂線の足を通り長辺と垂直になるように折り目をつければ，接線である折り目との交点が接点になることを確認する（図８ b)。そして，紙を折ることで接点が見出せることを伝える。

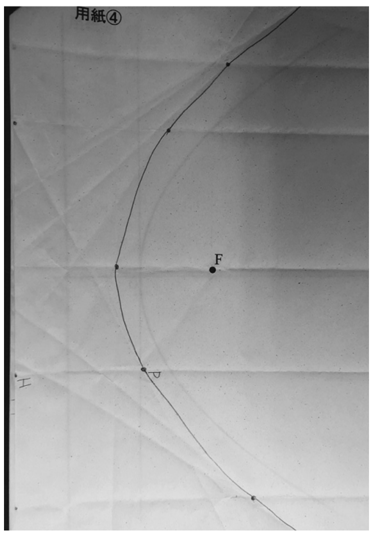


図８ｂ　用紙④の生徒の反応

17）用紙②の放物線上に，先に任意の接点を取って，その点を接点とする

接線をつくることができること，用紙④のように先に接線を決めておいても，紙を折って接点が見つけ出せることを確認する。

18) 用紙①でたくさん折った折り目が接線であることを確認したのち，紙を折ることでそれらの接線上に接点を見つけ出すように指示する（図８ b）。

19) 18) の方法で見つけた接線をつないで放物線をかくように指示する（図８ b）。

ステップ４

20）教科書を用いて，標準形 $y^2=4px$ が，２点間の距離 PF と PH に着目して導出していたことを確認する（図９）。

点 $F(p,\ 0)$ を焦点とし，直線 $x=-p$ を準線 ℓ とする放物線の方程式を求めてみよう。ただし，$p\neq 0$ とする。

この放物線上の点を $P(x,\ y)$ とし，P から ℓ に下ろした垂線を PH とすると，P がこの放物線上にあるのは，PF＝PH すなわち $PF^2=PH^2$ のときである。

よって　$(x-p)^2+y^2=\{x-(-p)\}^2$

整理して　　$y^2=4px$　…… ①

逆に，①を満たす点 $P(x,\ y)$ は PF＝PH を満たす。

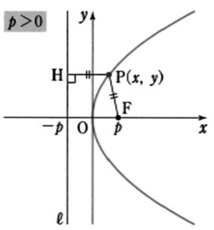


図９　放物線の標準形の導出

（数研出版（2015）新編数学Ⅲ，p. 30）

21）次の問題を与える。

点 $F(p,\ 0)$ とする（ただし $p>0$）。点 F を通り準線または y 軸に平行となる直線をひくとき，放物線との交線のうち，第１象限の交点を点 P とする。このとき、点 P の座標を求めなさい。

22) 用紙⑤を配布する（図10a）。そして，21）で示した問題の指示に従って，条件をかきこむように指示する。

23) 第１象限の点 P から準線に垂線を下して垂線の足を点 H とすると，長方形が見いだせることを確認する（図 10b）。

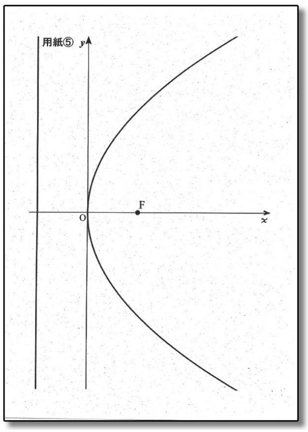


図 10ａ　用紙⑤

24) 放物線の定義から，PH＝PF であること，線分 PH，PF がそれぞれ準線と x 軸に垂直に交わることを用いて，この長方形が正方形であることを確認する（図 10b）。

25) 線分 OF の長さが p であることを確認する。そして，PH＝PF＝２pとなることから，点 P の座標は $P(p, 2p)$ となることを確認する（図 10b）。

26) 用紙⑤に与えられた曲線が放物線であることから，$x=ay^2$ と表せることを確認する。その放物線上の点 P の座標が $P(p, 2p)$ であることから，x，y のそれぞれに代入することで $a=\dfrac{1}{4p}$ を導く。そして，標準形が $y^2=4px$ であることを導出する。

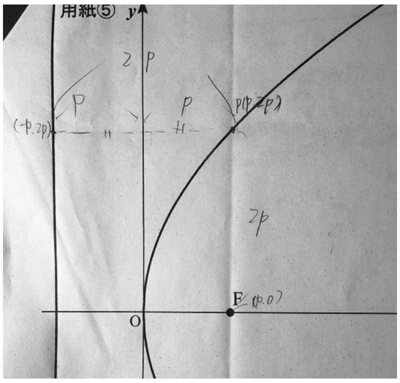


図 10 ｂ　用紙⑤の生徒の反応

5. 本授業における生徒の反応と分析

４章で示した本授業の概要の４つのステップごとに，生徒の反応とその分析を行う。

5. 1　ステップ１の反応と分析

用紙①（図４）を利用して，折り目をつける作業では，24 人中 19 人の生徒がかなりの折り目をつけていた（図 11）。折り目をたくさんつけた作業のおかげで，多くの生徒が曲線が浮き出てきたと確信していた。生徒が的確に作業できたのは，第２筆者が事前に準備していたビデオによる作業の説明が有効だったと考えられる。ステップ１では，用紙①（図４）の定点が焦点であることを生徒に伝えたが，準線はどこにあるかの議論まであえてしないままで，ステップ２の作業に移った。

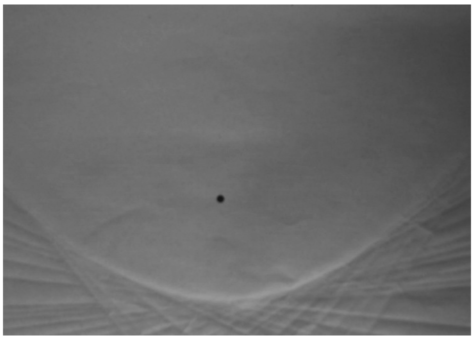


図 11　用紙①につけた折り目

5. 2　ステップ２の反応と分析

次に用紙②（図６）を配布し，用紙①と同様の作業をするように指示した。用紙②にはすでに準線をかいてあることを伝え，その後作業を始めるように指示した。生徒はしばらく考えていたが，用紙①の焦点に最も近い辺が準線になっていたことに気付くまでに時間が必要だった。しかしそのことにほとんどの生徒が自力で気づいた。用紙②を準線のところで折り返してから用紙①と同じ作業をする生徒が５人いた（図 12）。他の生徒は，紙をす

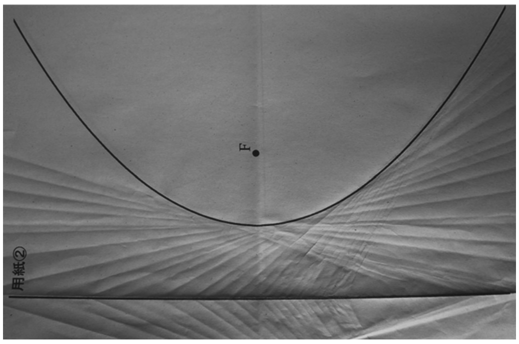


図12　準線を折って作業した用紙

かして準線が焦点に重なるように折り目をつけていた。用紙①の時はたくさんの折り目をつける生徒がほとんどだったが，用紙②ではたくさんの折り目をつけた生徒はほぼ半数の11人に減少した。たくさんの折り目をつけなかった生徒は，用紙①の作業を通して，用紙②にかかれている曲線が用紙①の作業で浮き上がった曲線と同じではないかと確認する程度の作業にとどめていたからだと思われる。なお，用紙①であまり折り目をつけなかった生徒５人のうち，４人が用紙②ではたくさん折り目をつけていた。この４人の生徒は，用紙①の時には曲線がイメージできなかったものの，用紙②で行う作業を通して作業の意味が見えてきた可能性がある。

授業では，用紙②で見えた曲線が放物線であることを示すためにはどうしたらいいのかを問いかけ，用紙③を配布した（図７ a）。用紙③には放物線上に点Ｐがかかれていて，放物線の定義を示す PH = PF となる２線分が示されている。点Ｐを通るような折り目をつけるためには，２点 H，Ｆが重なるように折ればよいことを確認すると，２線分 PH，PF が重なることから，放物線の定義が満たされていることを納得していた。この作業を通して，生徒はこの曲線が放物線であろうと気づいていた。そのうえで，用紙③の曲線上に任意に点Ｑをとり，この点を接点とするような折り目をつける作業をするように指示した。生徒はこの作業にしばらく時間を要した。焦点Ｆは決まっているが，準線上の点 H' を見つけるのに苦労していた。しばらくして準線と線分 PH が直交していることに気付く生徒がいた。このことをきっかけに，放物線上に任意にとった点Ｑから準線に垂線をひくための折り目をどのようにつけるか考え始め，図７ b の第４象限に見える３本の折り目のように，紙を折るときに準線が重なるように折れば，x 軸に平行な折り目ができることに気付き始めた。点 H' を見つけた生徒は，点 H'，Ｆが重なるように折り目をつけて，折り目が任意にとった点Ｑを通ることを確認した。図７ b のように，放物線上に任意の点Ｑをたくさん取って確認する生徒もいて，「任意」の意味を理解している様子もうかがえた。また，この作業を通して，用紙③の曲線が放物線であることを確信していた。

5．3　ステップ３の反応と分析

用紙①と同じ内容である用紙④を渡し，焦点に最も近い辺が準線であったことを確認したのち，１つだけ折り目をつけるように指示した。その後，この折り目にある接点がどこなのか，紙を折って接点を見つけることを指示した。この作業はステップ２の逆の作業である。生徒はなかなか準線上の定義を満たす点を見いだせなかったが，焦点Ｆに重なった準線上に印をつけることで，定義を満たす点が見いだせることに気付き始めた（図13）。このことに気付き始めた生徒は，準線上の点を通るように準線と直交する折り目をつけ，接点を見つけた。この作業を続けていくことで，放物線上の点がいくつかとることができ，図８ b や図13のように放物線の概形をかくことができた。

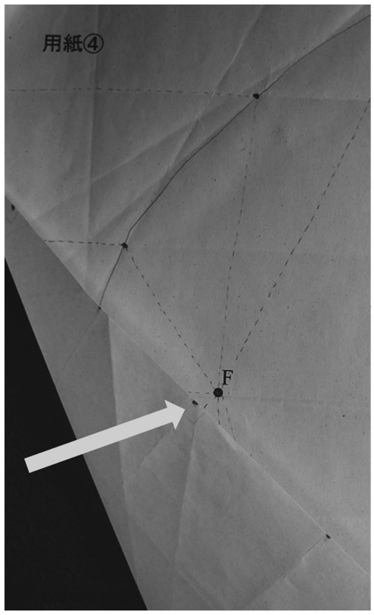


図13　準線上の定義を満たす点

5．4　ステップ４の反応と分析

用紙⑤を配布し（図10a），放物線の標準形が $y^2 = 4px$ となることを導くことを目標とした。生徒に与えた問題は「点Ｆ（p，0）とする（ただし $p > 0$）。点Ｆを通り準線または y 軸に平行となる直線をひくとき，放物線との交点のうち，第１象限の交点を点Ｐとする。このとき，点Ｐの座標を求めなさい。」である。この問題の生徒の解答例を示す（図14）。

焦点Ｆから y 軸に平行な直線をひき，放物線との交点を点Ｐとして，正方形の性質を利用しようとした生徒は，この問題を難なく解答していた。しかしこのことに気付けない生徒は作業が進まなかったため，正答を導くことができた生徒を指名して，黒板で考え方を説明するように促した。その結果，ほとんどの生徒が理解できて納得していた。

放物線の一般形が $x = ay^2$ となることを第２筆者が解説したのちに，生徒は放物線上の任意の点Ｐの座標がＰ（p，$2p$）であることを利用して，係数 a を求めた（図15）。そのうえで，標準形を導出することができた。

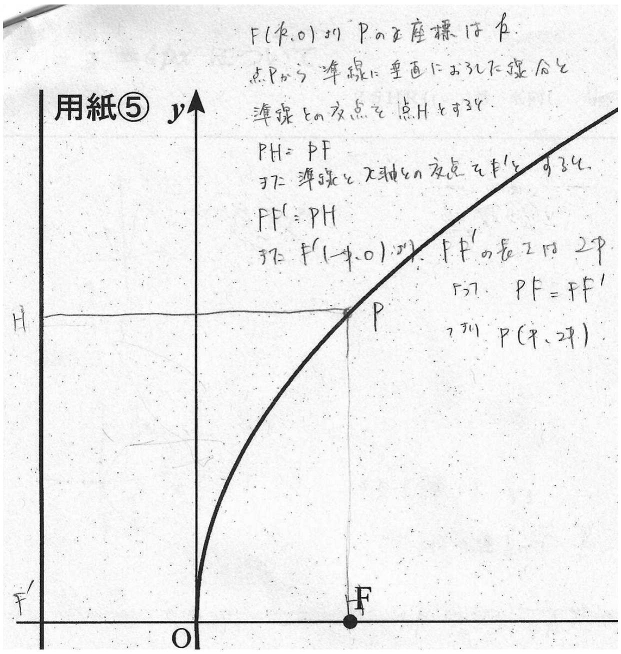


図 14　問題の解答例

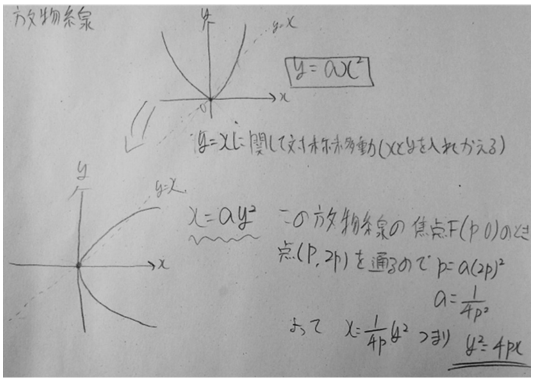


図 15　標準形の導出

6. 本授業の事前・事後調査の分析

本授業では，2時間の授業の前後に調査を実施した。事前調査では，本授業の直前に教科書に沿って2次曲線について学習しているので，「放物線や楕円，双曲線についての説明をしなさい。」「2次曲線はこれまでの数学で習ってきた内容と比べてどのような印象を持っていますか。」という質問をした。事後調査では，「本授業を通して学んだことはどんなことですか。」「本授業の感想をかいてください。」と質問した。事前調査では 24 人（欠席者1人），事後調査では 25 人が回答し，いずれの調査でも無回答の生徒はいなかった。

筆者らは，事前・事後調査の回答を，2次曲線に興味を持ったり面白さを感じたことなどの回答（以下，肯定的な意見）をした生徒，2次曲線がわかりづらかったり複雑でイメージしにくいなどの回答（以下，否定的な意見）をした生徒，他分野との関連やグラフの特徴や発展的な印象などの回答（以下，その他の意見）をした生徒に分類し，事前・事後調査でどのような変容が見られるのかを調査した。その結果，表1のような変容が見られた。

表1　事前・事後調査の変容

	事前調査	事後調査
肯定的な意見	3	23
否定的な意見	14	1
その他の意見	7	1
欠　　　席	1	0

事後調査で否定的な意見の生徒の内訳は，事前調査でも否定的な意見だった1人である。この生徒は，事前調査では2次曲線について「公式に至るまでの式変形の理解が複雑であるものの1つ。式からグラフのイメージが出にくい。」と回答して，事後調査でも同様の反応だった。それでも事後調査では，学んだこととして「焦点と準線と放物線の接点の関係」と指摘して「折るのが楽しかった。」との感想を寄せている。併せて「数学は難しいと思った。」といった感想も記述していた。

事後調査で，その他の意見の生徒の内訳は，事前調査で否定的な意見だった1人である。この生徒は数学の学力は高い生徒であるが，事前調査では数学全般について「数学ⅠAⅡBⅢと，段階的に難易度が急激に上がっているような印象を受けた。特に数Ⅲの複素数平面については謎が多く，存在しないものを表す平面など，正気の沙汰ではない。」と回答している。事後調査では「故人の偉大さ。」を感じ，こうした授業が「たまにはあってもいいと思う。」と記述していた。

事後調査で肯定的な意見の生徒の内訳は，事前調査で肯定的な意見だった3人，否定的な意見だった 12 人，その他の意見だった7人，欠席していた1人である。事後調査の肯定的な意見は，5つのカテゴリーに分類できることがわかった。

1つめは，わかりやすかった，理解できたなどのカテゴリー（以下，「理解」）である。「数学や文字などを使った公式だけを覚えてそれを使って機械的に解いていた問題が，どのように成り立っているのかを学び，より意味を理解できるようになった。」や「数Ⅲの内容に入ってから，放物線のことが全然わからず準線とか焦点とかほとんど頭に入ってこなかったけど，今回の授業で，自分たちの手で接点や放物線，指示された座標を導き出すことで，しっかり内容が頭に入った。」などの意見が多く見られ，5つのカテゴリーの中で最も回答が多かった。2つめは，多様な見方ができるようになった，本質を捉えたなどのカテゴリー（以下，「見方・考え方」）である。「自分の中で，この授業でずっとかいてきた放物線の接線・接点と $y^2=4px$ がつながったときはとても快感だった。

普段自分からやらないことをしたので，いい経験だったし考え方が何通りか増えた。」「折り目をつけただけで接点を見つけるのは難しかった。しかし，やり方や見方を変えて見つけたときはとても気持ちよかった。」「普段とは違う問題を解くというよりも，定義の本質に迫るという授業は楽しかった。」などの意見が見られた。学習内容を俯瞰して，学習内容のつながりに気づいたり，学習内容の本質をつかんだと実感している。本授業の指導が，生徒の最近接学習領域を刺激していた可能性がうかがえる回答である。３つめは，意欲に関するカテゴリー（以下，「意欲」）である。本授業を通して学習意欲がわいたことだけを指摘するだけでなく，「放物線だけでなく，まだ楕円，双曲線もあるので，今度は自分で確かめてみたい。」「紙を折って放物線が図示できるように，アナログな方法でこんな美しい図形ができるのかと思い，今後の美術創作に生かそうと思いました。」など，自発的に発展的な学習にも視野を広げようとする意欲を明示する生徒もいた。４つめは，主体的に取り組めたなどのカテゴリー（以下，「主体性」）である。「自分の力で考え，答えを出すことの重要さを，身をもって感じることができた。」「普通の授業なら気にとめることなく流してしまいそうなことに，しっかり目を向けて考えることができた。」のように，自分が考え，意味を理解していくことの重要性を実感していることがうかがえる。５つめは，数学を見いだした先人への畏敬の念などのカテゴリー（以下，「感嘆」）である。数はそれほど多くなかったが，「古典的な作業から，現代の生活を支えている数学の法則などが見つけられたということを体感できた。」のように，数学を発見した先人の偉大さを実感している生徒がいた。

このように，事後調査の肯定的な意見が増加したことや，事後調査の「理解」「見方・考え方」「意欲」「主体性」「感嘆」のカテゴリーごとの生徒の反応から，筆者らは本研究の目的１が達成されたと考えた。特に「見方・考え方」は，２次曲線の理解の上に見いだした数学的な本質を感じているなど，目的１を直接的に言い当てたコメントだと考えている。また，当初は想定していなかった「主体性」が見いだされたことは，筆者らの驚きであった。本授業で導入した，１定点（放物線の焦点）に重なるように紙を折る作業は折り方が無数にあり，生徒の中には折りながら特徴を見いだして確認したり，考えをまとめて予想してから折る場面が見られた。折る作業が帰納的な作業であると生徒に認知させ，生徒が自ら考えを進めて主体性が導出されていったことがうかがえる。換言すれば，本授業は紙を折る帰納的な作業，放物線の定義や標準形の導出，演繹的な計算が総合されていると考えることができる。生徒の回答にもあるように，紙を折る作業の中に数学の本質や美しさがあり，演繹的な数学につなぐ原動力になっていたのかもしれない。

本授業は，徳島県立Ｋ高等学校で実践された，紙を折ることで２次曲線を導出できることに主眼を置いた先行実践授業がたたき台となっている。本授業では，放物線の標準形を，グラフや準線の関係および放物線の定義を活用して導出する点が先行実践授業との大きな違いである。この構想は，第２筆者がまとめ，理科や数学の異校種の教員である筆者らが，草の根クラブで議論を深めることで，学習指導案が作成されていった。ワークシートの提示や発問についても，微に入り細に入り議論を積み重ねた。学習指導案を見ればわかるように，結果的には，普段の授業に紙を折る作業を付加しているだけであるが，５章で述べたように，生徒の活動は多岐にわたっていた。こうした事実から，本研究の目的２が達成されたものと考えている。

7. おわりに

本研究に関わる草の根クラブでの議論はおよそ半年にわたった。議論は活発で，多様な意見を取り入れながら学習指導案や教材を修正する作業は多くの時間がかかった。本授業は教科書の内容を大きく変更せず，紙を折る作業を取り入れ，その作業に数学的な考察の機会を組み込んだ。しかしこの工夫が，生徒たちの主体性を引き出し，数学的な見方・考え方を深めることにつながっていたのだと，筆者らは考えている。本授業の実施までに時間はかかったものの，ちょっとした工夫を取り込むだけで，生徒が実に活動的になっていたことに筆者らは驚かされたし，生徒が主体的に活動する姿に感動した。筆者らは教材を吟味して，それを丁寧に授業に取り入れていく教材研究が，とても重要であり，しかもとても楽しいことだと，改めて感じることができた。今後はさらに，授業の中に作業を取り込む機会を見いだして，学習指導案を作成・吟味し，実践を積み重ねていきたい。

文　献

⑴　金児正史，数学の学習内容を加味する物理と物理の学習内容を加味する数学の授業－三角関数の指導と等速円運動の学習を意識した数学Ⅱと物理の指導実践－，日本科学教育学会年会論文集　41，pp. 135 － 138，2017 年.

⑵　金児正史，物理の教科書を数学的に読み取る学習の考察－単振り子の等時性を示す公式の考察－，日本科学教育学会年会論文集　42，pp.111 － 114，2018 年.

⑶　金児正史，安原誠，矢田耕資，吉田晃弘，笠江由美，西條武志，理科と数学科を総合する学習指導の事例分析と考察，鳴門教育大学授業実践研究，17 巻，pp.137 － 144，2018 年.

⑷　金児正史，小島敦，池田誠喜，学校種を超えた教科・科目を総合する教材研究，鳴門教育大学学校教育研究紀要，第 33 巻，pp.43 − 49，2019 年.
⑸　笠江由美，金児正史，高等学校数学での学びを活性化する教材開発と授業改善の方策−地域の小・中学生を対象とする算数・数学教室での実践を通して−，鳴門教育大学授業実践研究，16 巻，pp.123 − 131，2017 年.
⑹　笠江由美，金児正史，細川眞文，村山時美，姫田史也，高校生による数学の全校一斉生徒授業の意義と学校経営にもたらす意味，鳴門教育大学学校教育研究紀要，第 32 号，pp.137 − 146，2018 年.
⑺　数学教育協議会・銀林浩編，「数学教室別冊３　折り紙算数・折り紙数学」pp.108 − 124，1994 年.