

数学の理解を深めるアクティブ・ラーニングについての研究

— 星型多角形の内角の和を考える活動を通して —

生田 克実*, 大西 海斗*, 田中 一道*, 西城 慧一*,
野口 智徳*, 三浦 慶亮*, 宮田 慶一*, 村田 真人*,
泉本 誠人*, 秋田 美代**, 佐伯 昭彦**, 石川 義和***

(キーワード: 数学, 深い理解, アクティブ・ラーニング)

1. はじめに

平成29年に中学校学習指導要領が改訂された。新学習指導要領は、平成33年度から全面実施されるが、平成30年度からは移行措置として一部先行して実施されている。今回の改訂では、現在日本は厳しい挑戦の時代を迎えており、子供たちが大人になるころには、現時点では予測できない問題に対応していかなければならないことから、子供たちに未来社会を切り拓いていくための力を確実に育成することが求められている。

急激な変化の背景の一つとして、人工知能(AI)の飛躍的な進化が挙げられる。株式会社野村総合研究所は、国内601の職業について、将来人工知能やロボットに代替される確率を計算し、約50パーセントの職業は、AIやロボットで代替できる可能性が高いと報告している。一方で、概念の整理・創出、他者との協調や交渉が必要となる問題や非定型的な問題を扱う職業は、AIやロボットでは代替できないと述べている。人間の強みは、新しいものを創造し考えることである。このような変化の激しい社会であるからこそ、自ら考え、未知の課題に対応する力の重要性が高まっている。学校教育に対しては、「基本的な知識・技能の習得」を確実にさせることとそれらを「思考力・判断力・表現力」の基盤として活用させることができるようにすることが求められており、そのための効果的な手法を提案することが重要である。

数学の学習では、子供は正解を得ることだけを重視しがちであるため、解法をただ覚え、解法の背景にある数学の意味をあまり理解しないまま問題解決を進めることが多い。そのため、経験したことがない問題を既習事項と結び付けることができず、自分自身で問題解決の方法を創ることができないため、「数学は難しい」と捉えがちである。変化の激しい社会を生き抜く力を育成するためには、問題を解決するための方法を知識として記憶する

だけの浅い理解を、習得した知識の活用につながる深い理解へ転換する必要がある。

本研究の目的は、数学の理解を深めるアクティブ・ラーニングの手法を構築することである。ここでは中学2年生を対象に、星型多角形を題材とした実践を行い、提案した手法の実践を行い、効果を調べる。

2. 数学の深い理解とは

2. 1 数学教育の現状と課題

全国学力・学習状況調査は、義務教育の機会均等とその水準の維持向上の観点から、全国の児童生徒の学力や学習状況を把握・分析し、教育施策の成果と課題を検証し、その改善を図るとともに、学校における児童生徒への教育指導の充実や学習状況の改善等に役立てることを目的として実施されている。この調査は、基礎的な「知識」が身に付いているかを問うA問題と、学んだ知識を「活用」できるかを問うB問題に分かれている。2018年の数学A問題と数学B問題の平均正答率は、それぞれ66.6%と47.6%である。数学A問題と数学B問題に共通して言えることは、記述式問題のうち、事象を数学的に解釈し問題解決の道筋を説明することに課題があることである。この課題を解決するためには、数学において基本的・基礎的な知識・技能はどのように活用されて、新しい知識の創造につながるのか、その仕組みを明確に捉えることが必要である。

2. 2 深い学びとは

新中学校学習指導要領の改訂の経緯には、これまで地道に取り組み蓄積されてきた実践を否定するのではなく、児童生徒に目指す資質・能力を育むために「主体的・対話的な深い学び(「アクティブ・ラーニング」の視点)」で、授業改善を進めるものであると記述されている。

*鳴門教育大学大学院 自然系コース(数学)

**鳴門教育大学 高度学校教育実践専攻(教科系)

***鳴門教育大学附属中学校

平成 28 年 12 月に告示された中央教育審議会答申 (http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/1380731.htm) では、深い学びを、「習得・活用・探究という学びの過程の中で、各教科等の特質に応じた「見方・考え方」を働かせながら、知識を相互に関連付けてより深く理解したり、情報を精査して考えを形成したり、問題を見いだして解決策を考えたり、思いや考えを基に創造したりすることに向かう」学びであると説明している。この「深い学び」は、子供がこれまでに経験したことを未知の状況に結び付け、対応し、振り返ることで、自分自身で新しい知識を創造し、知識を再構築する「学び」である。

各教科等の特質に応じた「見方・考え方」は、事象等を捉える際の各教科等ならではの視点や、思考の枠組みである。子供たちが「見方・考え方」を各教科等の学習の中で身に付け、鍛え、経験したことがない事象や問題を捉える際の視点や考え方として働かせることができるようにしなければならない。

数学科においては、子供たちに「数学的な見方・考え方」を身に付けさせるが、具体的には「事象を数量や図形およびそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的に考えること」ができるようにする。事象や問題を既習の数量、図形の性質や関係として捉え、既習の数学を使って思考・判断・表現することで、誰もが納得する論理を創造する力を支える視点が「数学的な見方・考え方」である。数学においては、経験したことがない問題を既習事項と結び付けて考えることで知っているものとして解釈し、自分自身で取り扱えるものにする。「数学的な見方・考え方」を身に付けさせ、事象や問題に主体として関わることができるようにすることが「深い学び」を実現することであり、数学科におけるアクティブ・ラーニングであると考えられる。

2. 3 数学の理解を深める授業モデル

数学教育において、1970 年代の後半からの理解についての研究が盛んに行われるようになり、理解をモデル化しようという試みがなされてきた。ファン・ヒーレ (1984) は、図形に関わる認識の対象と対象を捉える際の認識の方法の変化に焦点を当て、思考の水準を構成した。ディーンズ (1977) は、子供が遊びの中の数学的活動を通して関係の一般化・抽象化を行い、数理化する過程を 6 つの段階として提案した。

数学は系統性の強い教科であり、既習事項を使って新しい問題に取り組み、振り返ること理解を深めていくことができる。本研究では、数学の特性と先行研究における認識の変化を基に、深い学びが行われる学習の様子を図 1 のように、既習の知識を基に新しい知識を生み出し、数学の概念・事象との関係についての知識を豊かにする

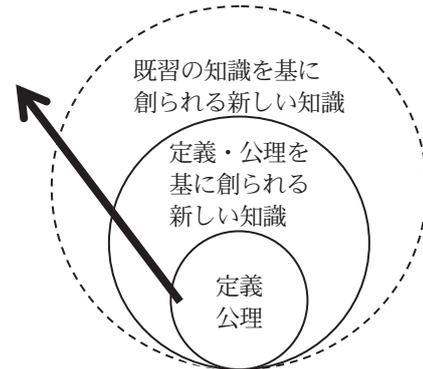


図 1 数学の知識を豊かにする過程

過程と捉える。

図 1 の矢印で示すように、出発は定義・公理が根拠となり新しい知識が創られるが、その後は創られた知識も根拠になって新しい知識が創られる。数量、図形についての性質や関係である既習事項を活用して知識を増やし、その増やした知識を基にさらなる数量、図形についての性質や関係を生み出すことが、数学の特性を生かした学習過程であると考えられる。

この数学の特性を生かすことで、数学の理解を深めるアクティブ・ラーニングを使った授業モデルを構築する。授業モデルの構築においては、図 1 の矢印のように既習事項を活用して知識を増やし、その増やした知識を基に活用する力を広げていくことができるようにする。

具体的なアクティブ・ラーニングを用いた授業には次の①から④が必要である。

- ①子供が興味・関心をもって与えられた事象と数量や図形との関係性に着目し特徴をとらえることができるような課題設定
- ②未知の課題と子供が持っている既習事項との関係性に注目させる場面
- ③子どもが導き出した答えにたいして理由を説明させる場面
- ④新しく創造された知識を振り返る場面

図 2 は数学の理解を深める授業モデルである。通常行われている授業の中で、まず、問題解決のアイデアを

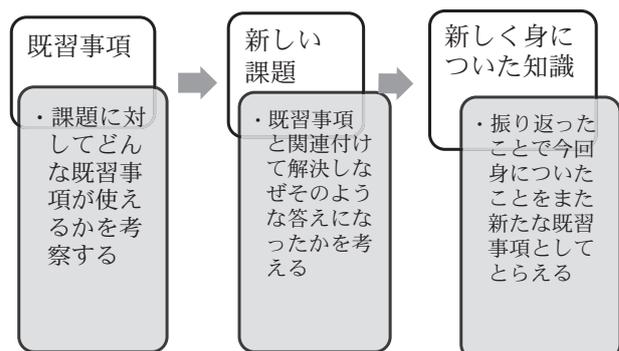


図 2 授業モデル

着想するために既習事項と新しい課題を結び付けさせる。次に、問題解決のためアイデアを使って、既習事項を解釈したり、既習事項を組み合わせたりすることによって、問題の解決過程を説明させる。そして、問題解決を行う中で創られた新しい知識は、これまでの既習事項とどのように関連しているのかを考えさせる。問題解決のための材料は既習事項であることに子供が気がつけば、自分の内に問題解決の材料があるので学びにおいて主体となりやすくなり、「主体的な学び」、「深い学び」へとつながる。また反復（スパイラル）による理解の広がりや深まりを子供が感じられるようにすることも重要である。既習事項と新しい課題との関係付けを意識させることで生徒が数学の理解を深める。

3. 授業実践について

3. 1 授業の開発について

生徒はこれまでに基本的な平面図形の性質を見だし、平行線や角の性質を基にしてそれらを確かめ説明することを学習している。多角形の内角の和については結果も重要であるが、多角形を三角形に分割することなどによってその結果を見いだせるということを知ることも重要である。（既習事項とのつながり）

今回の授業実践では、星型多角形の定義をまず行う必要がある。星型多角形とは、頂点を一つ飛ばしで結んだものとし、それぞれの先端にできる角の和を内角の和とする。例えば、星型五角形では、5つの頂点を一つ飛ばしで結ぶ。結んでできた5つの先端の角の和を星型五角形の内角の和ということである。以降、これらのことを星型多角形の内角の和とする。星型多角形の内角の和の関係性に着目し星型 n 角形の内角の和ではどのように表せるかを考えた。生徒から演繹的に考えられる方法を取り上げ、帰納的または演繹的に考察し、星型 n 角形の式の説明を考えるということを目指にする。さらに今回取り上げた考え方以外の他の方法で考えることは出来ないかという投げ掛けをし、この授業だけで終わらず、生

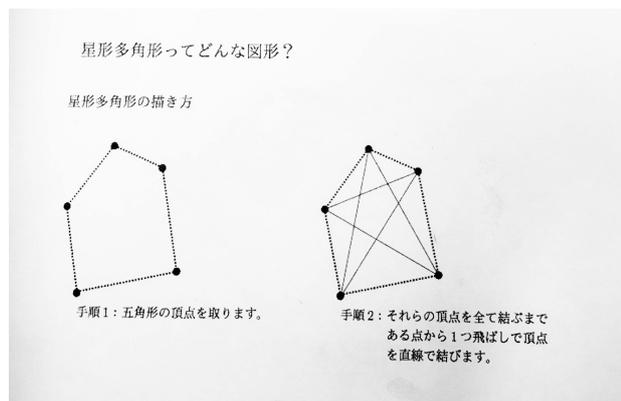


図3 星型五角形

徒が「ほかにできないかな」と思うことで興味・関心をもてるようにする。またほかの書き方で描ける星型多角形についても触れ、今日の学習が今後の既習事項として活用できるようにつなげたい。

3. 2 授業の流れ

まず、五角形を書く。その五角形を使って各頂点を一つ飛ばしに結ぶと何が出来るかといった発問をすることで、今日の課題に興味・関心をもてるようにする。次に、五角形の各頂点を一つ飛ばしに結んでできる星型五角形の内角の和を考えさせ、これまでの既習事項との関係に着目させながら複雑な図形の内角の和について考えさせる。さらに星型六、七角形の場合も考えさせ、より複雑な図形に対しても興味・関心を持って解決する力の育成につながるようにする。また、他の生徒に対して説明させることでより理解を深める。そして、本授業の課題「星型多角形の内角の和を求めること」に関して展開の中で既習事項との関係を意識しながら考察できるようにする。最後に星型 n 角形の内角の和について考えさせる。星型 n 角形に関しては実際に描くことができないため、角度が変化している部分、していない部分に着目させ、演繹的にとらえるようにする。

3. 3 本時の目標

星型多角形の角度において変わる部分、変わらない部分に着目し、星型多角形の内角の和を求めることができる。

3. 4 本時の展開

学習内容	指導上の留意点
1. 星型多角形の説明	○五角形から星型五角形を作り、形を把握させる。
2. 星型五角形の内角の和を求める。	○星型五角形の内角の和の求め方は数多くあるため、一つ求められたら他にも求め方はないか考えさせる。
3. 星型五角形の内角の和の求め方の式を発表し、その求め方を考える。	○五角形や三角形などの個数、また多角形の外角の和などの変わらない角度に着目したような求め方をしているものを取り上げる。
4. 星型多角形を説明し、星型六、七角形の内角の和を求める。	○机間指導で星型五角形の求め方と関連付けて考えている人がいる、という声かけをして、星型五角形と同じような形に着目させる。
5. 星型 n 角形の内角の和を求める。	○これまでと同様に星型 n 角形になっても、角度が変化している部分、していない部分に着目するとできることを確認させる。

6. 授業アンケートを行う。	○星型多角形について、疑問に思ったこと、他に調べてみたいことなどを書いてもらう。
----------------	--

4. 授業の実際

○日時 2018年12月12日(休)

○対象 鳴門教育大学附属中学校2年2組

上記の日程で授業実践を行った。授業の導入で生徒の興味をひくために授業者が、五角形を見せながら「五角形の頂点を一つ飛ばしに結んだらどんな図形になるかな。」と問いかけ、星型という回答が返ってきた。そこでワークシートを配布し、星型五角形とその内角の和の位置について説明した。その後、ワークシートを使って星型五角形の内角の和を考えさせた。一つの三角形に角度を集める考え方や、楔形に着目する考え方など、さまざまな考え方が見受けられた。ここで授業者がある一つの考え方として「 $180^\circ \times 5 - 360^\circ \times 2$ 」の一式を提示し、「こんな考え方をしていた人もいたけど、どういうことかみんなで考えてみよう。」と問いかけた。生徒に考える時間を与えた後、一人の生徒を指名し発表させた。生徒は、三角形が外側に5つあるため $180^\circ \times 5$ で、そこから余分な内側の五角形の外角の和が2つあるため $360^\circ \times 2$ を引いたらいい、と説明した。授業者は再度説明しながら他の生徒が理解できたかどうか確認した。

次に、六角形の場合ではどうなるかと生徒に問いかけた。まず、六角形を書き、その頂点を一つ飛ばしで結んでできる星型六角形の内角の和を考えさせた。ほとんどの生徒が二つの三角形として見る考え方だったが、中には「 $180^\circ \times (\text{三角形の数}) - 360^\circ \times 2$ 」の考え方をする生徒もいた。その生徒に発表させ、その後授業者が再度確認した。さらに、七角形の場合も同様に、七角形を書き、その頂点を一つ飛ばしで結んでできる星型七角形の内角の和を考える時間を与えた。その後、授業者が解説した。多くの生徒が「 $180^\circ \times (\text{三角形の数}) - 360^\circ \times 2$ 」の考え方をしていたが、悩んでいる生徒も数名いた。そのような生徒に対し、机間指導することで問題解決の支援を行った。

最後に、 n 角形の場合も考えさせた。これに関しては実際に図形を描くことができないため、ほとんどの生徒が「 $180^\circ \times (\text{三角形の数}) - 360^\circ \times 2$ 」の考え方をしていた。考えさせる時間を与えた後、生徒に発表させ、授業者が解説した。

授業の終わりに、今回の授業から学んだことや感じたことを配布したアンケートに書くように指示した。

5. 授業の分析及び考察

授業実践後に、実際の生徒の活動の様子や授業後回収したワークシート等をもとに今回の研究授業分析・考察を行った。

考察1 子どもが興味・関心を持って、与えられた事象と数量や図形との関係性に着目し、特徴を捉えることができたか

星型五、六、七角形の内角の和を考えていく中で、「 $180^\circ \times (\text{三角形の数}) - 360^\circ \times 2$ 」の考え方により、星型多角形の内角の和を求めることができた。また、角度において変わる部分、変わらない部分に着目することで「 180° 」と「 $360^\circ \times 2$ 」が不変であることに気づく事ができる。(図4)

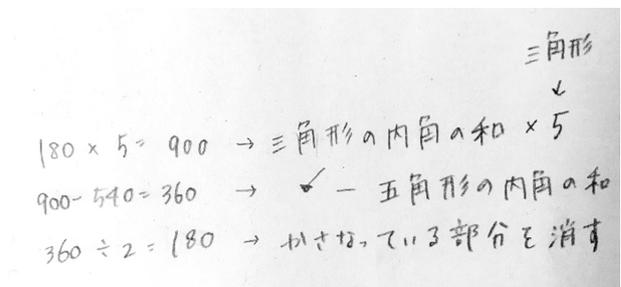


図4 ワークシート

また、ワークシートに解法を書いていく際に、夢中になって解法を考えている姿が見られた。授業後のアンケートでは、「楽しかった。」「星型の多角形の規則性を見つめることができて面白かった。」と感想に書いている生徒もあり、興味・関心を持って図形の特徴を捉え、既習事項との関係性に着目することができていたと考えられる。

考察2 未知の課題に対して、子どもが持っている既習事項との関係性の有無に気づくことができたか

星型五角形の内角の和を考える際に、ほとんどの生徒が既習事項を用いた解法を少なくとも1つは示せていた。中には、二つ以上の解法を示せている生徒も何人かいた。このことから、生徒は課題と既習事項との関係性との有無に気づくことができたと考えられる。ここで、既習事項とは小学校算数の「三角形、四角形」「直線の交わり方、平行」「多角形、正多角形」、中学校1年生の数学の「平面図形」の単元である。

考察3 子どもが導き出した答えに対して、なぜそのような答えになったのかを説明することができ、他の子どもとも意見交換することができたか

星型五角形の内角の和を考える際に、ほとんどの生徒が既習事項を用いて、ワークシートに式や文章を書いて内角の和を求めていた。隣同士で説明する際も、理由や解法を適切に説明することができていた。また、全体発表時も理由や解法を適切に説明することができていた。

6. まとめ

考察1～3より, 数学の理解を深めるアクティブ・ラーニングを用いた授業実践ができたと考えられる。また授業後のアンケートに「星型ではなくもっと違う形について調べてみたい。」「重なっているところの面積の法則を知りたい。」などの意見もあり, 図形の内角だけでなく, 式の立て方や図形の形, 面積に対する興味・関心を引き出すことができたと考えられる。

しかし, 星型五角形の内角の和を考えさせる際に, さまざまな考え方が見受けられたが, 発表することによってクラス全体で共有しなかったことが改善点として挙げられる。

7. 文献

国立教育政策研究所, 「平成30年度全国学力・学習状況調査報告書 中学校 数学」, 文部科学省, pp.8 - 15, 2018.

中央教育審議会, 「幼稚園, 小学校, 中学校, 高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について(答申)」, 2016, http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/_icsFiles/afieldfile/2017/01/10/1380902_0.pdf (アクセス確認 2019. 2. 7)

文部科学省, 「中学校学習指導要領 数学編」教育出版(株式会社), 2017.

Dienes, Z. P., 吉田耕作&赤堀他監修, 算数・数学学習の実験研究, 新数社, 293p, 1997.

Van Hiele, Z.P., P.M.: A child's thought and geometry, In D. Geddes, D. Fuys, & R. Tischler (Eds.), English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and P.M. Van Hiele. Research in science Education (RISE) Program of the national Science Foundation. Washington., C.: NSF, pp243-252, 1984.

